ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"
Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R
Liceo delle Scienze Umane VAPM027011
Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)
www.liceocrespi.it-*Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail:* *lccrespi@tin.it*
C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D

UNI EN ISO 9001: 2008
CertINT® 2010

Anno Scolastico 2010-2011 Classi del quarto anno

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
  - **6**: tutti gli esercizi
  - **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
  - **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2011-12

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
  - rivedere la teoria sul testo
  - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- **Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: lunedì 29 agosto**

GEOMETRIA ANALITICA

Circonfere

Scrivere le equazioni delle circonferenze di centro C e raggio r.

1. $C(-2; 0)$ $\quad r = 1$ $\quad x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$

2. $C(0; \sqrt{2})$ $\quad r = \sqrt{2}$ $\quad x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}\,y = 0$

3. $C\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ $\quad r = \frac{1}{2}$ $\quad 16x^2 + 16y^2 - 16x - 24y + 9 = 0$

Verificare se le equazioni date rappresentano circonferenze reali; in caso affermativo determinarne centro e raggio.

4. $x^2 + y^2 + 9 = 0$ — No

5. $x^2 + y^2 - 4x = 0$ — Sì, $C(2; 0)$; $r = 2$

6. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ — Sì; $C(1; 1)$; $r = \sqrt{2}$

7. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 25 = 0$ — No

8. $x^2 + y^2 - 3x - 3y + 1 = 0$ — Sì; $C\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$; $r = \sqrt{\frac{7}{2}}$

9. $5x^2 + 5y^2 - x - y + 4 = 0$ — No

10. Scrivere l'equazione della circonferenza che ha per diametro il segmento AB con $A(1; 0)$ e $B(3; 2)$.

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$

11. Scrivere l'equazione della circonferenza avente centro in $(1; 3)$ e tangente alla retta di equazione: $4x - 5y + 1 = 0$

$(x-1)^2 + (y-3)^2 = \frac{100}{41}$

12. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per $A(1; 4)$ e $B(-2; 1)$ e avente il centro C sulla retta $3x - y + 4 = 0$.

$x^2 + y^2 + x - 5y + 2 = 0$

13. Determinare l'equazione della circonferenza di centro $C(2; 1)$ e tangente all'asse del segmento di estremi $A(-2; 0)$ e $B(1; 2)$. Determinare l'area del triangolo ABC.

$x^2 + y^2 - 4x - 2y + \frac{35}{52} = 0$; area $= \frac{5}{2}$

14. Dopo aver verificato che il triangolo di vertici $A(1; -1)$, $B(3; 1)$ e $C(-1; 3)$ è isoscele, scrivere l'equazione della circonferenza ad esso circoscritta.

$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{50}{9}$

15. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti $(0; 0)$, $(1; 2)$ e $(-2; 1)$.

$x^2 + y^2 + x - 3y = 0$

16. Dopo aver determinato i punti A e B d'intersezione tra la circonferenza avente per centro l'origine e raggio uguale a 2 con la bisettrice del 1° e 3° quadrante, detto C uno dei due punti d'intersezione con l'asse y, determinare l'area del triangolo ABC.

$A(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$; $B(\sqrt{2}; \sqrt{2})$; area $= 2\sqrt{2}$

Stabilire se la retta r è secante, tangente o esterna rispetto alla circonferenza γ.

17. **a.** $\gamma: x^2 + y^2 - 4x = 0$ $\quad r: x + 2y - 1 = 0$ secante

b. $\gamma: x^2 + y^2 - 4x = 0$ $\quad r: x - y + 4 = 0$ esterna

c. $\gamma: x^2 + y^2 - 4x = 0$ $\quad r: x + y + 2\sqrt{2} - 2 = 0$ tangente

18. **a.** $\gamma: x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ $\quad r: y = 0$ secante

b. $\gamma: x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ $\quad r: 2x + 3y - 6 = 0$ secante

Determinare le equazioni delle rette passanti per il punto P e tangenti alla circonferenza γ.

19. $P(1; 3)$ $\quad \gamma: x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ $\quad y - 3 = \pm\sqrt{3}(x-1)$

20. $P(3; -3)$ $\quad \gamma: x^2 + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$ $\quad x = 3;\ y = -3$

21. $P(0; 0)$ $\quad \gamma: x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ $\quad x + 2y = 0$

22. Scrivere l'equazione della circonferenza tangente nell'origine alla retta $3x - y = 0$ e passante per $P\left(0; -\frac{53}{13}\right)$.

$$x^2 + y^2 - \frac{53}{13}(3x - y) = 0$$

23. Scrivere l'equazione della circonferenza avente per tangente nell'origine la bisettrice del 2° e 4° quadrante e tangente alla retta $x = 2y - 5$.

$$x^2 + y^2 + \frac{10}{9}\left(1 \pm \sqrt{10}\right)(x + y) = 0$$

24. Data la circonferenza di equazione:

$$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 10 = 0$$

sia D il suo centro. Le tangenti condotte dall'origine O toccano la circonferenza in A e B. Trovare l'equazione della circonferenza passante per O, A, B dopo aver verificato che ha per diametro OD.

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

Parabola

Determinare le equazioni delle parabole aventi il fuoco e la direttrice indicati.

25. $F(1; 2)$ $\quad d: y = 3$ $\quad\quad y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2$

26. $F\left(0; \frac{5}{4}\right)$ $\quad d: y = \frac{3}{4}$ $\quad\quad y = x^2 + 1$

27. $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$ $\quad d: y = -\frac{1}{4}$ $\quad\quad y = x^2$

Dopo aver determinato le coordinate del fuoco F, del vertice V, le equazioni della direttrice e dell'asse di simmetria, disegnare le seguenti parabole.

28. $y = \frac{1}{2}x^2$ $\quad\quad F\left(0; \frac{1}{2}\right);\ V(0;\ 0);\ y = -\frac{1}{2};\ x = 0$

29. $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ $\quad\quad F(0; 0);\ V(0; -1);\ y = -2;\ x = 0$

30. $y = 2x^2 - 4x$ $\quad\quad F\left(1; -\frac{15}{8}\right);\ V(1; -2);\ y = -\frac{17}{8};\ x = 1$

31. Determinare l'equazione della parabola con vertice $(2; -1)$ e direttrice $y = 3$.

$$(x - 2)^2 = -16(y + 1)$$

32. Determinare l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ avente vertice in $(1; -1)$ e passante per $(2; 3)$.

$$(x - 1)^2 = \frac{1}{4}(y + 1)$$

33. Determinare l'equazione della parabola avente per asse di simmetria la retta $x = 1$ e passante per i punti $(0; 1)$ e $(-1; 4)$.

$$y = x^2 - 2x + 1$$

34. Determinare l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ avente vertice in $V(0; 4)$ e passante per il punto $(1; 8)$.

$$y = 4x^2 + 4$$

35. Determinare l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ passante per i punti $(0; 3)$, $(1; 8)$ e $(-2; -1)$.

$y = x^2 + 4x + 3$

Determinare le equazioni delle rette passanti per P e tangenti alla parabola γ.

36. $P(0; 2)$ $\gamma: y = -x^2 + 5x - 4$ $y = (5 \pm 2\sqrt{6})x + 2$

37. $P(1; 0)$ $\gamma: y = -x^2 + 5x - 4$ $y = 3x - 3$

$y = (-5 \pm 2\sqrt{6})x$

38. Determinare la misura della corda staccata dalla parabola $y = -x^2 + 5x - 6$ sulla retta $x + y + 1 = 0$.

$[4\sqrt{2}]$

39. Determinare per quale valore di q la retta $y = -x + q$ è tangente alla parabola $y = x^2 - 3x + 1$ e calcolare le coordinate del punto di contatto. $[0;\ (1\ ;\ -1)]$

40. Scrivere l'equazione della retta tangente alla parabola $x = -y^2 + 3y$ nel suo punto di ordinata 2.
$[x + y - 4 = 0]$

41. Trovare le intersezioni della parabola $y = -x^2 + 4x - 3$ con la retta $y = \frac{7}{16}$ e trovare la misura della corda intercettata dalla parabola.
$\left[\left(\frac{5}{4}\ ;\ \frac{7}{16}\right);\ \left(\frac{11}{4}\ ;\ \frac{7}{16}\right);\ \frac{3}{2}\right]$

42. Si determinino le equazioni delle tangenti alla parabola di equazione $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ uscenti dal punto $P\left(\frac{1}{3};\ -3\right)$ e le coordinate dei punti di contatto. Determinare inoltre la retta passante per i punti di contatto e verificare che essa passa per il fuoco della parabola.

$\left[y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2};\ y = \frac{2}{3}x - \frac{29}{9};\ \left(-4\ ;\ \frac{7}{2}\right);\ \left(\frac{14}{3}\ ;\ -\frac{1}{9}\right);\ 5x + 12y - 22 = 0\right]$

GONIOMETRIA

Valori delle funzioni goniometriche, archi associati, formule goniometriche

Calcolare il valore delle seguenti espressioni.

1. $\text{sen}\,\frac{\pi}{2}+2\,\text{sen}\,\pi-3\,\text{sen}\,\frac{3}{2}\pi-2\,\text{sen}\,0$ — 4

2. $4\,\text{sen}\,2\pi-\frac{3}{2}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2}+\frac{5}{2}\,\text{sen}\,\frac{5}{2}\pi-\frac{1}{2}\,\text{sen}\,\pi$ — 1

3. $5\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2}-4\,\text{sen}\,\frac{7}{2}\pi-5\,\text{sen}\,2\pi+\frac{1}{2}\,\text{sen}\,0$ — 9

4. $2\,\text{sen}\,\frac{\pi}{4}-\sqrt{2}\,\text{sen}\,\frac{3}{2}\pi-4\,\text{sen}\,\frac{\pi}{3}$ — $2(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

5. $\text{sen}\,7\pi+\sqrt{2}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{4}-\text{sen}\,\frac{3}{2}\pi+4\,\text{sen}\,\frac{\pi}{6}-5\,\text{sen}\,3\pi$ — 4

6. $\text{sen}^2\,6\pi+\text{sen}^2\,\frac{5}{2}\pi-\text{sen}^2\,\frac{\pi}{4}-\text{sen}^2\,5\pi$ — $\frac{1}{2}$

7. $3\cos 0°-4\cos 90°-5\,\text{sen}\,90°+4\cos 60°$ — 0

8. $\text{sen}\,\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}+\text{sen}\,\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{6}$ — 0

9. $8\cos\frac{\pi}{3}+4\,\text{sen}\,\frac{\pi}{6}-\sqrt{2}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{4}+\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}$ — 6

10. $\text{sen}\,90°-\cos 30°+2\,\text{sen}\,60°+\text{sen}\,180°$ — $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. $$\frac{3\,\text{sen}\,\frac{3}{2}\pi\left(\frac{4}{3}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2}-4\,\text{sen}\,\pi\right)}{5\cos\frac{3}{2}\pi+7\cos\pi(1-\cos\pi)}$$ — $\frac{2}{7}$

12. $$\frac{\text{tg}\pi+\text{ctg}\frac{3}{2}\pi-3\,\text{sen}\left(-\frac{5}{2}\pi\right)}{\text{sen}^2\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\cos^2(-\pi)}$$ — $\frac{3}{2}$

13. $$\frac{\text{tg}\,4\pi+\text{ctg}\left(-\frac{7}{2}\pi\right)+4}{[\text{sen}\,\pi-2\cos(-\pi)]^2}$$ — 1

14. $\dfrac{\sqrt{2}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{4}+\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}-\text{tg}\,\frac{\pi}{3}\,\text{ctg}\,\frac{\pi}{3}}{\text{ctg}\,\frac{\pi}{6}+\text{tg}\,\frac{\pi}{6}}$ $\qquad \frac{3}{8}\sqrt{3}$

15. $\dfrac{2\,\text{tg}\,45°-\text{tg}\,360°+\text{ctg}\,90°}{2\cos 30°-\text{sen}\,90°}$ $\qquad \sqrt{3}+1$

Determinare i valori delle rimanenti funzioni goniometriche dell'arco α sapendo che:

16. $\text{sen}\,\alpha=\frac{1}{3}$ $\qquad 0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ $\qquad \cos\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3};\ \text{tg}\,\alpha=\frac{1}{2\sqrt{2}};\ \text{ctg}\,\alpha=2\sqrt{2}$

17. $\cos\alpha°=-\frac{3}{5}$ $\qquad 90°<\alpha°<180°$ $\qquad \text{sen}\,\alpha°=\frac{4}{5};\ \text{tg}\,\alpha°=-\frac{4}{3};\ \text{ctg}\,\alpha°=-\frac{3}{4}$

18. $\text{sen}\,\alpha=\frac{1}{4}$ $\qquad \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ $\qquad \cos\alpha=-\frac{\sqrt{15}}{4};\ \text{tg}\,\alpha=-\frac{1}{\sqrt{15}};\ \text{ctg}\,\alpha=-\sqrt{15}$

19. $\text{tg}\,\alpha=\frac{24}{7}$ $\qquad -2\pi<\alpha<-\frac{3}{2}\pi$ $\qquad \text{ctg}\,\alpha=\frac{7}{24};\ \text{sen}\,\alpha=\frac{24}{25};\ \cos\alpha=\frac{7}{25}$

20. $\text{ctg}\,\alpha=\frac{7}{24}$ $\qquad -\pi<\alpha<-\frac{\pi}{2}$ $\qquad \text{tg}\,\alpha=\frac{24}{7};\ \text{sen}\,\alpha=-\frac{24}{25};\ \cos\alpha=-\frac{7}{25}$

Calcolare il valore delle seguenti espressioni.

21. $\text{sen}\,\frac{5}{6}\pi+\cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right)+\text{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\text{tg}\left(-\frac{7}{6}\pi\right)+\text{tg}\,(-3\pi)$ $\qquad -1-\frac{\sqrt{3}}{3}$

22. $\text{sen}\,\frac{\pi}{4}+\cos\frac{3}{4}\pi+\text{tg}\left(-\frac{5}{4}\pi\right)+\text{ctg}\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$ $\qquad -1$

23. $\text{tg}\,\frac{4}{3}\pi+\text{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)+\text{tg}\,(-\pi)+\text{sen}\,\frac{4}{3}\pi$ $\qquad \frac{\sqrt{3}}{6}$

24. $\text{tg}\,30°+\text{ctg}\,60°-\text{sen}\,120°+\cos(-30°)$ $\qquad \frac{2}{3}\sqrt{3}$

25. $\dfrac{\text{sen}\,\frac{5}{6}\pi-\sqrt{3}\cos\frac{5}{6}\pi+\sqrt{3}\cos\left(-\frac{7}{6}\pi\right)}{\text{tg}^2\,\frac{7}{6}\pi}$ $\qquad \frac{3}{2}$

26. $\dfrac{2\,\text{tg}\,225°+4\,\text{ctg}\,(-45°)}{2\,\text{sen}\,210°-1}$ $\qquad 1$

27. $\text{sen}\,\frac{7}{2}\pi-3\cos\frac{5}{6}\pi+\text{tg}\,\frac{\pi}{6}-6\dfrac{\text{ctg}\,\frac{\pi}{3}}{\text{sen}\,\frac{2}{3}\pi}$ $\qquad \dfrac{-30+11\sqrt{3}}{6}$

28. $$\frac{\operatorname{tg}\frac{7}{4}\pi-\cos\frac{7}{4}\pi}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}+\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}}\cdot\frac{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}+\operatorname{tg}\frac{7}{6}\pi}{\operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right)-\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}}$$ 1

29. $$\frac{\operatorname{tg}^2\frac{5}{3}\pi+\operatorname{ctg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\operatorname{sen}^2\left(-\frac{2}{3}\pi\right)+\cos^2\frac{4}{3}\pi}$$ 6

30. $$\frac{\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)+\operatorname{ctg}\left(-\frac{7}{6}\pi\right)}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{3}-\cos\left(-\frac{5}{6}\pi\right)}$$ -2

31. $$\frac{\operatorname{tg}(-135°)+\operatorname{tg}(-300°)}{\operatorname{ctg}(-30°)+1}$$ $-2-\sqrt{3}$

Sfruttando le relazioni tra gli archi associati, semplificare le seguenti espressioni, esprimendo il risultato per mezzo delle funzioni goniometriche dell'arco di misura α.

32. $2\operatorname{sen}(\pi-\alpha)+\cos(\pi-\alpha)-\operatorname{sen}\alpha+3\cos\alpha$ $\operatorname{sen}\alpha+2\cos\alpha$

33. $2\operatorname{sen}(180°-\alpha°)-\cos^2(180°-\alpha°)+2$ $(\operatorname{sen}\alpha°+1)^2$

34. $$[1+\operatorname{tg}(\pi-\alpha)](1+\operatorname{tg}\alpha)+\frac{\operatorname{sen}(\pi-\alpha)\cos(\pi-\alpha)}{\operatorname{ctg}\alpha}$$ $\cos^2\alpha-\operatorname{tg}^2\alpha$

35. $$\frac{\operatorname{ctg}(180°-\alpha°)-\operatorname{tg}(180°-\alpha°)}{\operatorname{tg}\alpha°-\operatorname{ctg}\alpha°}$$ 1

36. $\operatorname{tg}(\pi-\alpha)\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}(\pi-\alpha)\operatorname{tg}\alpha$ 0

37. $$\frac{1}{1+\cos(\pi+\alpha)}+\frac{\cos(\pi+\alpha)}{1-\cos^2(\pi+\alpha)}$$ $\frac{1}{\operatorname{sen}^2\alpha}$

38. $$\frac{\operatorname{tg}(\pi+\alpha)+\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{sen}(\pi+\alpha)}-\frac{1}{\cos(\pi+\alpha)}$$ $-\frac{1}{\cos\alpha}$

39. $$\frac{\operatorname{sen}(\pi+\alpha)}{\operatorname{sen}(\pi+\alpha)-\cos(\pi-a)}-\frac{\cos(\pi+\alpha)}{\operatorname{sen}(\pi-\alpha)+\cos(\pi+\alpha)}$$ $\frac{\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha-\cos\alpha}$

Sviluppare mediante le formule di addizione e sottrazione ed eventualmente semplificare le seguenti espressioni.

40. $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$ $\qquad 0$

41. $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\alpha\right)$ $\qquad \frac{\sqrt{3}-1}{2}(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha)$

42. $\operatorname{sen}\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ $\qquad \sqrt{2}\operatorname{sen}\alpha$

43. $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$ $\qquad \frac{\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha}{2}$

44. $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-\operatorname{sen}\left(\frac{2}{3}\pi+\alpha\right)+2\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{5}{6}\pi+\alpha\right)$ $\qquad \frac{3\cos\alpha-(\sqrt{3}-2)\operatorname{sen}\alpha}{2}$

45. $\sqrt{2}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{3}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}\alpha$ $\qquad \frac{5}{2}\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha$

46. $2\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)-2\operatorname{sen}\left(\alpha-\frac{3}{4}\pi\right)\cos\left(\frac{5}{4}\pi-\alpha\right)$ $\qquad -4\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$

47. $\cos^2\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)-\operatorname{sen}^2\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)$ $\qquad -\frac{3}{4}$

48. In un triangolo due angoli hanno ampiezze α e β. Sapendo che:

$$\beta=\frac{\pi}{4} \qquad \text{e} \qquad \cos\alpha=-\frac{1}{5}$$

determinare le funzioni goniometriche del terzo angolo γ.

$\operatorname{sen}\gamma=\frac{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}{10}; \quad \cos\gamma=\frac{4\sqrt{3}+\sqrt{2}}{10}$

Equazioni goniometriche

1.	$\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad$ $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi;\ x = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi$ $\quad$ $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$
2.	$\cos x = -\frac{1}{2}$ $\quad$ $\operatorname{sen} 3x = \frac{1}{2}$	$x = \pm\frac{2}{3}\pi + 2k\pi$ $\quad$ $x = \frac{\pi}{18} + \frac{2}{3}k\pi;\ x = \frac{5}{18}\pi + \frac{2}{3}k\pi$
3.	$2\operatorname{sen} 2x - \sqrt{3} = 0$	$x = \frac{\pi}{6} + k\pi;\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi$
4.	$\operatorname{sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$	$x = \frac{11}{12}\pi + k\pi$
5.	$\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{sen} 2x$	$x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi;\ x = \frac{4}{9}\pi + \frac{2}{3}k\pi$
6.	$\operatorname{sen}\left(3x + \frac{\pi}{12}\right) = \operatorname{sen} x$	$x = -\frac{\pi}{24} + k\pi;\ x = \frac{11}{48}\pi + k\frac{\pi}{2}$
7.	$\cos\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$x = \frac{19}{12}\pi + 2k\pi;\ x = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi$
8.	$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$x = k\pi;\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$
9.	$\cos\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$	$x = \frac{5}{12}\pi + 2k\pi;\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi$
10.	$\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} 2x$	nessuna soluzione
11.	$\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{4}{3}\pi - x\right)$	$x = \frac{3}{4}\pi + k\frac{\pi}{2}$

Equazioni riconducibili a elementari

Risolvere le seguenti equazioni.

12.	$\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x = 0$	$x = k\pi;\ x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
13.	$2\operatorname{sen}^2 x - 1 = 0$	$x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$
14.	$\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 0$	$x = k\pi;\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi$
15.	$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{4}{\sqrt{3}}$	$x = \frac{\pi}{6} + k\pi;\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi$
16.	$2\operatorname{sen}^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$	$2k\pi;\ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi;\ \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$
17.	$4\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$	$k\pi;\ \frac{\pi}{3} + k\pi;\ \frac{\pi}{2} + k\pi;\ -\frac{\pi}{6} + k\pi$
18.	$\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x - \cos^2 x = 0$	$x = \frac{\pi}{6} + k2\pi;\ x = \frac{5}{6}\pi + k2\pi;\ x = \frac{3}{2}\pi + k2\pi$

19. $\mathrm{tg}^2 x - 2\,\mathrm{tg}x + 1 = 0$ $\quad x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

20. $2\cos^2 x - (2+\sqrt{3})\cos x + \sqrt{3} = 0$ $\quad x = 2k\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi$

21. $2\cos^2\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) - 5\cos\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) - 3 = 0$ $\quad x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2};\ x = -\frac{5}{24}\pi + k\frac{\pi}{2}$

22. $\mathrm{tg}^3 x - \mathrm{tg}^2 x - 3\,\mathrm{tg}\,x + 3 = 0$ $\quad x = \frac{\pi}{4} + k\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$

23. $\mathrm{tg}^4 x - 4\,\mathrm{tg}^2 x + 3 = 0$ $\quad x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2};\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$

24. $\dfrac{\cos x}{1 + \mathrm{sen}x} + \mathrm{tg}x = 2$ $\quad x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$

Equazioni lineari in seno e coseno

Risolvere le seguenti equazioni.

25. $\mathrm{sen}\,x + \cos x = 0$ $\quad x = \frac{3}{4}\pi + k\pi$

26. $\mathrm{sen}\,x - \sqrt{3}\cos x = 0$ $\quad x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

27. $\mathrm{sen}\,x - \cos x + 1 = 0$ $\quad x = 2kx;\ x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$

28. $\sqrt{3}\,\mathrm{sen}x + \cos x - 2 = 0$ $\quad x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

29. $\cos x + \mathrm{sen}\,x + 2 = 0$ $\quad$ impossibile

30. $\dfrac{\mathrm{sen}x}{1 + \cos x} = \sqrt{3}$ $\quad x = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$

Equazioni omogenee o riducibili a omogenee

Risolvere le seguenti equazioni.

31. $\mathrm{sen}^2 x - 3\cos^2 x = 0$ $\quad x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$

32. $\mathrm{sen}^2 x + (\sqrt{3} - 1)\,\mathrm{sen}\,x\ \cos x - \sqrt{3}\cos^2 x = 0$ $\quad x = -\frac{\pi}{3} + k\pi;\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

33. $2\,\mathrm{sen}\,x\cos x + \mathrm{sen}^2 x = 0$ $\quad x = k\pi;\ x = \mathrm{arctg}\,(-2)$

34. $2\sqrt{2}\,\mathrm{sen}\,x\cos x + 1 = 0$ $\quad x = \frac{5}{8}\pi + k\pi;\ x = -\frac{\pi}{8} + k\pi$

Disequazioni goniometriche

Disequazioni elementari o riconducibili a elementari

Risolvere le seguenti disequazioni.

35. $\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad -\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

36. $\operatorname{tg} x > -\sqrt{3}$ $\qquad -\frac{\pi}{3} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$

37. $2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 < 0$ $\qquad \frac{2}{3}\pi + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi$

38. $\operatorname{tg} 2x - 1 < 0$ $\qquad -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$

39. $\sqrt{2}\,\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x > 0$ $\qquad -\pi + 2k\pi < x < 2k\pi;\ \frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{3}{4}\pi + 2k\pi$

40. $\operatorname{ctg}^2 x - \sqrt{3}\operatorname{ctg} x < 0$ $\qquad \frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$

41. $2\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x - 1 < 0$ $\qquad -\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{7}{6}\pi + 2k\pi;\ x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

42. $2\cos^2 x + \cos x - 1 > 0$ $\qquad -\frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

43. $2\operatorname{sen}^2 x + 4\cos^2 x > 5\cos x$ $\qquad \frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{5}{3}\pi + 2k\pi$

Disequazioni omogenee o riducibili a omogenee

Risolvere le seguenti disequazioni.

47. $\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x > 0$ $\qquad \frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{3}{4}\pi + k\pi$

48. $\cos^2 x - 2\sqrt{3}\operatorname{sen} x \cos x - \operatorname{sen}^2 x > 0$ $\qquad -\frac{5}{12}\pi + k\pi < x < \frac{\pi}{12} + k\pi$

49. $6\operatorname{sen}^2 x - 2\sqrt{3}\operatorname{sen} x \cos x > 3$ $\qquad -\frac{2}{3}\pi + k\pi < x < -\frac{\pi}{6} + k\pi$

Esercizi di ricapitolazione

Risolvere le seguenti disequazioni.

50. $\operatorname{tg} x\left(2\operatorname{sen} x - \sqrt{3}\right) > 0$ $\qquad \frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi;$

$\frac{2}{3}\pi + 2k\pi < x < \pi + 2k\pi;\ \frac{3}{2}\pi + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi$

51. $\sqrt{2}\operatorname{sen} x \cos x - \operatorname{sen} x \leq 0$ $\qquad \frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq x \leq \pi + 2k\pi;\ -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq x \leq 2k\pi$

52. $(2\operatorname{sen}^2 x - \sqrt{2}\operatorname{sen} x)(1 - 3\operatorname{tg}^2 x) \geq 0$ $\qquad \frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{4} + 2k\pi;\ \frac{3}{4}\pi + 2k\pi \leq x \leq \frac{5}{6}\pi + 2k\pi;$

$\pi + 2k\pi \leq x \leq \frac{7}{6}\pi + 2k\pi;\ \frac{11}{6}\pi + 2k\pi \leq x \leq 2\pi + 2k\pi$

53. $\dfrac{2\operatorname{sen}^2 x + 1}{\cos 2x} < 0$ $\qquad \frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{3}{4}\pi + k\pi$

54. $\dfrac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x + 1} > 1$ $\qquad$ impossibile

55. $1 - \dfrac{1}{\operatorname{tg} x} > 0$ $\qquad \frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi;\ \frac{\pi}{2} + k\pi < x < \pi + k\pi$

TRIGONOMETRIA

Triangoli rettangoli

53. Determinare la misura del perimetro e l'area di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto misura 24 cm e il seno dell'angolo ad esso opposto è $\frac{12}{13}$ [60 cm e 120 cm^2]

54. Il triangolo isoscele ABC ha la base AB di 70 cm e il seno dell'angolo alla base pari a $\frac{12}{13}$; determinare il perimetro del triangolo e la lunghezza dell'altezza CH relativa alla base. [252 cm e 84 cm]

55. Determinare il perimetro di un triangolo isoscele ABC di cui si conosce l'altezza AH, di 21 cm, relativa alla base BC e il cui angolo al vertice è di 120°. [$42\left(2+\sqrt{3}\right)$ cm]

56. Nel triangolo ABC, rettangolo in A, il cateto AB è di 24 cm e il seno dell'angolo ad esso opposto è $\frac{4}{5}$; determinare il perimetro del triangolo. [72 cm]

Triangoli generici

Risolvere i seguenti triangoli essendo a, b, c le misure di lati e α, β, γ gli angoli ad essi opposti.

57. $a=2$, $b=2\sqrt{3}$, $\beta=120°$ [$\alpha=60°$, $\beta=30°$, $\gamma=90°$]

58. $a=6\sqrt{3}$, $\alpha=60°$, $\beta=45°$ [$b=6\sqrt{2}$, $c=3\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$, $\gamma=75°$]

59. $a=4\sqrt{2}$, $b=4$, $\gamma=30°$ [$c=4$, $\beta=30°$, $\alpha=120°$]

60. $a=\sqrt{3}$, $b=1$, $c=2$ [$c=2$, $\alpha=30°$, $\gamma=30°$]

ESPONENZIALI E LOGARITMI

Equazioni esponenziali e logaritmiche

1. $3^{x^2+x}=1; \quad 2^{2-8x}=4^{3x+1}; \quad 2^{x^3}=256.$ [0 e -1; 0; 2]

2. $\sqrt{2\sqrt{2}}=4^{1-x}; \quad \dfrac{1}{4\sqrt{2}}=\sqrt{8^x}; \quad \left(\dfrac{1}{n}\right)^{2x+1}=1.$ $\left[\dfrac{5}{8};\ -\dfrac{5}{3};\ -\dfrac{1}{2}\right]$

3. $\sqrt{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+1}=1; \quad \sqrt[3]{5^x}=25; \quad 4^{4x}=2^{\frac{2}{x}}.$ $\left[-\dfrac{1}{2};\ 6\ ;\ \pm\dfrac{1}{2}\right]$

4. $\dfrac{3^{1-x}\cdot 9^{2+x}}{27^x}=\dfrac{1}{3}; \quad \left(\dfrac{2}{3}\right)^{x+1}=\left(\dfrac{27}{8}\right)^{1-2x}; \quad \sqrt{2\sqrt{4^x}}=4.$ $\left[3;\ \dfrac{4}{5};\ 3\right]$

5. $\sqrt[1+x]{2^{3x}}=\sqrt[x]{2^{x+2}}\cdot\sqrt[2x]{2^{x-2}}; \quad \dfrac{\left(3^{x+1}\right)^{2x-1}\cdot 27^{1-x}}{9^{2-x}}=1.$ [2; ±1]

6. $3^{x+2}+3^{x+1}+3^x=351.$ (Si noti che $3^{x+2}=3^x\cdot 3^2...$); $\quad 4^{x-1}+4^x+4^{x+1}=\dfrac{21}{8}.$ $\left[3;\ -\dfrac{1}{2}\right]$

7. $3^{2x}-3^x-6=0.$ (Porre $3^x=y\ldots$). [1]

8. $4^x-6\cdot 2^x+8=0.$ (Si noti che $4^x=(2^2)^x=(2^x)^2\ldots$); $\quad 9^x+6\cdot 3^x-27=0.$ [1 e 2; 1]

9. $12\left(\dfrac{4}{9}\right)^x-35\left(\dfrac{2}{3}\right)^x+18=0; \quad 16\left(\dfrac{1}{4}\right)^x-10\left(\dfrac{1}{2}\right)^x+1=0.$ [-2 e 1; 1 e 3]

10. $\dfrac{3^{2-x}-3^{1-x}}{9^{x+1}-3^{2x+1}}=27^{1+3x}.$ (Porre $3^x=y\ldots$). $\left[-\dfrac{1}{4}\right]$

13. $\frac{3^{x-1}}{25}\sqrt{3}=\sqrt{125^x\cdot\sqrt[3]{3^{x-1}}}.$ $\left[\frac{2\ Log\ 3+12\ Log\ 5}{5\ Log\ 3-9\ Log\ 5}\right]$

14. $4^{1-x}\cdot\frac{1}{3^{2x}}=\sqrt{4^{1+3x}}\cdot\frac{1}{6^{2+x}}.$ $\left[\frac{Log\ 72}{Log\ 48}\right]$

15. $\frac{2^x\cdot 15}{1+2^3}=40\cdot 3^{x-4}.$ [3]

16. $\sqrt[x]{9^{x+1}}:\sqrt[x]{3^{1-x}}=\sqrt{5}.$ $\left[\frac{Log\ 9}{Log\ 5-6\ Log\ 3}\right.$ non è accettabile perché ...$\left.\right]$

17. $\frac{32-3^x}{5+3^{-x}}=\frac{9}{2};\quad 9^x-3^{x+1}+2=0.$ $\left[2 \text{ e } -\frac{Log\ 2}{Log\ 3};\ 0 \text{ e } \frac{Log\ 2}{Log\ 3}\right]$

18. $1+9^{x-1}=\frac{8}{3}+3^{x-1}-3^{x-2}.$ $[log_3 5]$

19. $3^x+5\cdot 3^{x+1}=2^{2x-1}.$ $\left[\frac{5\ Log\ 2}{2\ Log\ 2-\ Log\ 3}\right]$

20. $3^x+\frac{6}{3^x}=\frac{29}{3};\quad 4^{x-2}=5.$ $\left[2 \text{ e } \frac{Log\ 2-\ Log\ 3}{Log\ 3};\ 2+log_4 5\right]$

21. $\frac{5^x-4}{5^x-1}+\frac{4}{25^x-5^x}=0;\quad 3^x\cdot 4=5\cdot 7^{x+1}.$ $\left[log_5 2;\ \frac{log\ 35-log\ 4}{log\ 3-log\ 7}\right]$

22. $\frac{2}{1-3^x}+\frac{6}{9^x-1}+\frac{2}{3^x+1}=\frac{1}{1+3^{-x}}.$ $[log_3 2]$

23. $\frac{1-2^{x+1}}{2^x}+\frac{3+6\cdot 2^x}{2^x+2}=\frac{11}{4^x+2^{x+1}}.$ $\left[\frac{Log\ 3-Log\ 2}{Log\ 2}\right]$

24. $4^x-2^{x+3}+15=0;\quad 14^{x-1}=7^{x+1}.$ $\left[log_2 3 \text{ e } log_2 5;\ \frac{log\ 98}{log\ 2}\right]$