



ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"

Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R

Liceo delle Scienze Umane VAPM027011

Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)

www.liceocrespi.it - Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lccrespi@tin.it

C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D



CertINT® 2010

Classe ... – prof.....

Testo:.....

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
 - **6**: tutti gli esercizi
 - **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
 - **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Lettura consigliata:
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2011-12

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
 - rivedere la teoria sul testo
 - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- Lettura consigliata:
- **Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: lunedì 29 agosto**

ALGEBRA

Equazioni fratte

Risolvi dopo aver individuato le condizioni di esistenza:

$$326 \frac{4x}{x+1} + \frac{1-4x}{x} = 0$$

$$327 \frac{2}{x-8} + \frac{1}{x} = \frac{3}{2(x-8)}$$

$$328 \frac{1}{x-3} + \frac{1}{2x-5} + \frac{2}{5(3-x)} = 0$$

$$329 \frac{4x}{6x-1} - \frac{x+2}{3x+1} = \frac{1}{3}$$

$$330 \frac{5}{x+2} + \frac{2}{x-2} - 1 = \frac{1}{2-x} - \frac{x^2}{x^2-4}$$

$$331 \frac{a}{2a+10} - \frac{5}{3a+15} = \frac{a-1}{12(a+5)}$$

$$358 \frac{1}{x^2-x+2x-2} + \frac{2}{x^2-4} = \frac{5}{x^2-2x+2-x}$$

$$359 \left(\frac{2x-5}{3x^2-6x} + \frac{1-2x}{x^2+4-4x} \right) : \frac{2(2x^2+3x-5)}{(1-x)^2-1} + \frac{1}{x+2} = 0$$

$$360 \left(\frac{3}{2x-1} - \frac{1}{2x-2x^2-1+x} \right) : \frac{(x+1)^2-(x^2+2)}{4-12x+9x^2} = \frac{1}{(2-x)(x-1)}$$

$$361 \left(\frac{1}{1-2x} + \frac{1}{x} \right) : \frac{x-2}{x-2x^2} - \left(\frac{2x+1}{x} - \frac{3x}{x-2} \right) = 0$$

Equazioni riconducibili a equazioni di primo grado

Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al 1°, utilizzando la legge di annullamento del prodotto:

$$389 \text{ a) } x^2 + 3x = 0$$

$$\text{b) } 4x^2 - 9 = 0$$

$$390 \text{ a) } x^3 - 2x^2 = 0$$

$$\text{b) } x^3 - 2x^2 + x = 0$$

$$391 \text{ a) } x^2 + 3x - x - 3 = 0$$

$$\text{b) } 9x^2 - \frac{1}{36} = 0$$

$$392 \text{ a) } (x-2)^2 - (x-2) = 0$$

$$\text{b) } x^3 + x^2 - x - 1 = 0$$

$$393 \text{ a) } x - 5x^2 - 1 + 5x = 0$$

$$\text{b) } 3x^2 - x + 3 - 9x = 0$$

$$424 \text{ a) } x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\text{b) } x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$425 \text{ a) } x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\text{b) } x^2 + x + 12 = 0$$

$$426 \text{ a) } 3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\text{b) } 3x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$427 \text{ a) } 6x^2 - x - 1 = 0$$

$$428 \text{ a) } 7x - 4x^2 + 2 = 0$$

$$429 \text{ a) } 2x^2 - 11x - 40 = 0$$

Disequazioni / sistemi di disequazioni di primo grado

681 $\frac{x+3}{2} - 2 \cdot \frac{x-2}{3} + \frac{x}{6} \geq 3 \cdot \frac{(x+2)}{6} - \frac{x}{2} + x$

682 $\frac{x^2-2}{5} + \frac{(x-3)(x+3)}{3} + \frac{x}{5} < \frac{8(x^2-4)}{15} + \frac{2x-1}{3}$

683 $3 \cdot \frac{(x+2)}{7} + \frac{3[(x-1)(x+1)]}{2} < \frac{21x^2+14x+7}{14} - x$

684 $\frac{2(3x-1)}{3} - \frac{3(x+2)}{2} > \frac{x+1}{6} + \frac{1}{12} \left(x - \frac{6}{2} \right)$

685 $\frac{2y}{1-\frac{7}{3}} + \frac{4(y+1)}{\frac{2}{3} + \frac{12}{6}} < y + \frac{2y-1}{1-\frac{1}{2}}$

686 $x + \frac{3x-2}{3} - \frac{x+3}{2} \geq \frac{2x+1}{2} - 3x+1$

708 $\begin{cases} 2x+7 > 0 \\ 3x+6 < 0 \end{cases} \quad -\frac{7}{2} < x < -2$

709 $\begin{cases} 3x+1 \geq 4 \\ x-5 < 6 \end{cases} \quad 1 \leq x < 11$

710 $\begin{cases} 2x+4 > x+3 \\ 3x+1 \geq 2(x-1)+2 \end{cases} \quad x > -1$

711 $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+6) - 4x(3-4x) < (4x+1)^2 - x \\ 2(x+3) - 3(x-1) \geq 3(1-x) + 2 \end{cases} \quad x > \frac{4}{37}$

712 $\begin{cases} x^2 + \frac{x-2}{6} - \frac{4(x+1)}{3} \leq (2-x)^2 \\ (x+1)(3-x) + \frac{1}{2}x > 1 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \end{cases} \quad -\frac{9}{14} < x \leq 2$

Disequazioni frazionarie

74 $\frac{2x-3}{x+1} < \frac{1}{2} \quad [-1 < x < \frac{7}{3}]$

75 $\frac{x-1}{x} > 0 \quad [x < 0 \vee x > 1]$

76 $\frac{x+2}{x-1} < 0 \quad [-2 < x < 1]$

77 $\frac{x-3}{x+1} \geq 0 \quad [x < -1 \vee x \geq 3]$

78 $\frac{3x-1}{x-7} > 3 \quad [x > 7]$

79 $\frac{x-2}{x+5} - 1 > 0 \quad [x < -5]$

80 $\frac{x+3}{x-1} > 4 \quad [1 < x < \frac{7}{3}]$

81 $\frac{x+5}{2-2x} \geq 1 \quad [-1 \leq x < 1]$

Sistemi di equazioni di primo grado

Risolvi i seguenti sistemi di 1° grado scegliendo il metodo che ritieni più opportuno (alterna i diversi metodi):

$$64. \begin{cases} (x+2)(5-y) + 2 = x(1-y) \\ 2(x-3y) - 3(x+y) + 16 = 0 \end{cases} \quad [-2; 2]$$

$$65. \begin{cases} \frac{x+2y-3}{2} - \frac{2x-y+1}{3} = 1 \\ (x+3)^2 - x(x+1) - 2(y+5) = 1 \end{cases} \quad \left[\frac{25}{19}; \frac{87}{38} \right]$$

$$66. \begin{cases} (3x-1)^2 + 4x + 5 = (3x-1)(3x+1) + y \\ \frac{y-x+1}{2} = \frac{x+y}{5} \end{cases} \quad [2; 3]$$

$$67. \begin{cases} (x-2)(x+2) - (x+1)^2 - y = -3 \\ \frac{2x-y}{3} - \frac{x+2y}{2} = \frac{8}{3} \end{cases} \quad [0; -2]$$

$$68. \begin{cases} \frac{3x-4y}{2} + \frac{y-2x}{4} = -\frac{25}{4} \\ \frac{x-y}{\frac{1}{2}} - \frac{2x+y}{1-\frac{3}{2}} = x-5 \end{cases} \quad [-1; 3]$$

Sistemi fratti

$$121. \begin{cases} \frac{2x-1}{5y+1} = \frac{5}{6} \\ \frac{3x+y-10}{4x-5y+1} = 0 \end{cases} \quad [3; 11]$$

$$122. \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{x+3}{y+2} \\ \frac{xy-23}{y-3} = x-5 \end{cases} \quad [6; 4]$$

$$123. \begin{cases} x+y = \frac{6}{5} \\ \frac{y+3}{y+2} + \frac{x+2}{x+3} = 2 \end{cases} \quad \left[\frac{1}{10}; \frac{11}{10} \right]$$

$$135. \begin{cases} \frac{1}{x+4} = \frac{1}{1-y} \\ \frac{5x}{1+3y} = 1 \end{cases} \quad [-1; -2]$$

$$136. \begin{cases} \frac{y+3}{x-1} = 9 \\ \frac{y-5}{x+3} = \frac{1}{5} \end{cases} \quad [2; 6]$$

$$137. \begin{cases} \frac{x-1}{2y} = 1 \\ \frac{y+2}{2} = x \end{cases} \quad [\text{Impossibile}]$$

Sistemi di tre equazioni

$$219. \begin{cases} x - \frac{y}{6} + \frac{z}{2} = 8 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 7 \end{cases} \quad [3; 6; 12]$$

$$220. \begin{cases} 2y - x = z + 1 \\ 4z - x = 2y - 4z \\ 2y - 3z = 5y - 3x \end{cases} \quad [10; 7; 3]$$

$$230. \begin{cases} 3x + 2y + 4z = 2 \\ \frac{x-2y}{2} + \frac{x+z}{3} + 1 = 0 \\ \frac{x+y+z}{2} + \frac{1}{2} = y \end{cases} \quad [0; 1; 0]$$

$$231. \begin{cases} (x-y)(x-1) + z = x(x-y) - 6 \\ \frac{x+z}{3} - y = 4 \\ (z+1)^2 - z(z+2) + y + x = 1 \end{cases} \quad [3; -3; 0]$$

Radicali

Eeguire i calcoli usando i teoremi sui radicali.

293 $\sqrt[6]{8} - 5\sqrt[10]{32} + 13\sqrt[4]{4} + 8\sqrt[8]{16}$ $[13 + 4\sqrt{2}]$

294 $[(\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}+1) - (\sqrt{6}-1)]^2 + 3(\sqrt{6}+1)$ $[8 + \sqrt{6}]$

295 $(4\sqrt{8} - 2\sqrt{72} + 5\sqrt{18})\sqrt{2}$ $[22]$

296 $\sqrt[3]{2}(3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{32})$ $[10]$

297 $\frac{\sqrt[3]{11} \cdot \sqrt[4]{11^3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt[3]{5^2}}$ $[\frac{\sqrt[12]{11^7}}{\sqrt[6]{5}}]$

298 $(2\sqrt[3]{3} + 1)(4\sqrt[3]{9} + 1 - 2\sqrt[3]{3})$ $[25]$

299 $(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{6})(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{36})$ $[-4]$

300 $(\sqrt{2\sqrt{8}} : \sqrt[4]{16\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt[8]{2}})^2 - \frac{2}{\sqrt[4]{2}}$ $[\sqrt[4]{2^3}]$

308 $\frac{1}{a+\sqrt{b}} + \frac{1}{a-\sqrt{b}} - \frac{a}{a^2-b}$ $[\frac{a}{a^2-b}]$

309 $\sqrt[4]{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt{\frac{y^3}{x^3}} \cdot \sqrt[8]{\frac{x^4}{y^4}}$ $[\sqrt[4]{\frac{y^3}{x^3}}]$

310 $\sqrt{\frac{ab}{a+b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(a+b)^2}{2a^2b}}$ $[\sqrt[6]{\frac{b(a+b)}{4a}}]$

311 $\sqrt{\frac{x^2y^3}{z}} : \sqrt[6]{\frac{z^2}{x^3}}$ $[xy\sqrt[6]{\frac{x^3y^3}{z^5}}]$

312 $\sqrt[4]{\frac{3xy}{x-y}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^2-2xy+y^2}{9x^2y^3}}$ $[\sqrt[12]{\frac{x-y}{3xy^3}}]$

313 $\sqrt{x(x+y)^3} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x^5(x+y)}$ $[x^2(x+y)\sqrt[12]{x(x+y)^9}]$

314 $\frac{1}{2}\sqrt{a\sqrt{a}} + 2\sqrt{\sqrt{a^3}} - 3\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}} - \sqrt[4]{a^3}$ $[-\frac{3}{2}\sqrt[4]{a^3}]$

315 $(\sqrt[3]{\frac{a^2-b^2}{a^2+ab}}) \cdot \sqrt[5]{a(a^2-2ab+b^2)}$ $[\sqrt[15]{\frac{(a-b)^{11}}{a^2}}]$

316 $\sqrt[4]{\frac{x-y}{x^2+2xy+y^2}} \cdot \sqrt{\frac{x+y}{x^2-xy}} : \sqrt[3]{\frac{x^2-y^2}{2xy}}$ $[\sqrt[12]{\frac{16y^4}{x^2(x-y)^7(x+y)^4}}]$

317 $\sqrt[3]{\frac{a-3}{a+2}} : \sqrt{\frac{a^2-9}{a+2}}$ $[\sqrt[6]{\frac{a+2}{(a-3)(a+3)^3}}]$

318 $\sqrt[3]{\frac{x^2z^2}{4y^4}} \cdot \sqrt[6]{\frac{8x^4y^7}{z}}$ $[x\sqrt[6]{\frac{x^2z^3}{2y}}]$

319 $\frac{\sqrt{2x\sqrt{y}}}{\sqrt[3]{3x^2\sqrt{y}}} \cdot \sqrt{\frac{x}{y}} \sqrt{\frac{3y}{x}}$ $[\sqrt[12]{\frac{64}{27}xy}]$

301 VERO O FALSO?

a) $\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{12}$ V F

b) Per moltiplicare due radicali di indice diverso prima li si porta allo stesso indice. V F

c) $\sqrt[3]{4}\sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{4^35^4}$ V F

Eeguire le operazioni.

302 $\sqrt{4ab} \cdot \sqrt[5]{a^3b^3} \cdot \sqrt[4]{16a^2b^2}$ $[8\sqrt[5]{a^8b^8}]$

303 $\sqrt[8]{x^2y^3} \cdot \sqrt{5x^2y} \cdot \sqrt{8x^3y}$ $[2\sqrt{10}\sqrt[8]{x^{22}y^{11}}]$

304 $\sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{a}} \cdot \sqrt{a}$ $[a\sqrt[3]{ab}]$

305 $\sqrt{4x^2} \cdot \sqrt[6]{8x^2y^2} \cdot \sqrt[5]{2xy^3}$ $[2x\sqrt[30]{2^{21}x^{16}y^{28}}]$

306 $2\sqrt{9x} - 3\sqrt{16x} + 5\sqrt[4]{81x^2} + \sqrt[6]{64x^3}$ $[11\sqrt{x}]$

Equazioni di secondo grado

- Incomplete

10	$x^2 - 9 = 0$	$5x^2 + 5 = 0$	$[s = \{\pm 3\}; s = \emptyset]$
11	$9x^2 - 4 = 0$	$4\left(x^2 - \frac{7}{4}\right) = 2$	$[s = \{\pm \frac{2}{3}\}; s = \{\pm \frac{3}{2}\}]$
12	$0,1x = 0,01x^2$	$x^2 + \sqrt{5}x = 0$	$[s = \{0, 10\}; s = \{0, -\sqrt{5}\}]$
13	$6\sqrt{2}x^2 - \sqrt{6}x = 0$	$(2 + \sqrt{2})x^2 = 2 - \sqrt{2}$	$[s = \{0, \frac{\sqrt{3}}{6}\}; s = \{\pm(\sqrt{2} - 1)\}]$
14	$\sqrt{3}x^2 - 2x = 0$	$4x^2 + \sqrt{8} = 0$	$[s = \{0, \frac{2}{3}\sqrt{3}\}; s = \emptyset]$

- Complete (utilizza ove possibile la formula ridotta)

70	$2x^2 - 3x - 2 = 0$	$8x^2 - 2x - 15 = 0$	$[s = \{-\frac{1}{2}, 2\}; s = \{-\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\}]$
71	$16x^2 + 8x - 3 = 0$	$9x^2 - 12x + 4 = 0$	$[s = \{-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\}; s = \{\frac{2}{3}\}]$
72	$5x^2 + 4x - 1 = 0$	$12x^2 + 2x - 2 = 0$	$[s = \{-1, \frac{1}{5}\}; s = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}]$
73	$\frac{1}{25}x^2 + \frac{2}{5}x + 1 = 0$	$21x^2 + 2x - 3 = 0$	$[s = \{-5\}; s = \{-\frac{3}{7}, \frac{1}{3}\}]$
74	$2x^2 - 5x + 17 = 0$	$\frac{1}{9}x^2 + \frac{9}{4} + x = 0$	$[s = \emptyset; s = \{-\frac{9}{2}\}]$
75	$x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$		$[s = \{-1, \sqrt{2}\}]$
76	$x^2 + x\sqrt{3} - x - \sqrt{3} = 0$		$[s = \{-\sqrt{3}, 1\}]$

- Fratte riconducibili a secondo grado (risolvi dopo aver individuato le condizioni di esistenza)

181	$x - \frac{1}{x} = 2$	$2 - \frac{3}{x+10} = -\frac{x+4}{8}$	$[s = \{1 \pm \sqrt{2}\}; s = \{-22, -8\}]$
182	$\frac{4}{3-2x} = 8 + \frac{5x-1}{x+1}$	$\frac{13+3x}{3(3x+1)} = \frac{(3x+1)}{6}$	$[s = \{-\frac{1}{2}, \frac{17}{13}\}; s = \{\pm \frac{5}{3}\}]$
183	$\frac{3x}{x^2-4} = \frac{4x}{x-2} + \frac{6x}{x+2}$	$\frac{7-x}{x-5} = \frac{13}{6} - \frac{x-5}{7-x}$	$[s = \{0, \frac{7}{10}\}; s = \{\frac{29}{5}, \frac{31}{5}\}]$
184	$\frac{8}{x^2} + 4 = \frac{x-x^2}{2x^2} - \frac{25}{2x}$	$\frac{6}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x}$	$[s = \{-\frac{4}{3}\}; s = \{\frac{1}{3}, 2\}]$
185	$\frac{x-4}{x^2-9} - 1 + \frac{1}{3-x} = 0$		$[s = \{\pm\sqrt{2}\}]$
186	$\frac{x}{x-2} - \frac{6}{x^2-x-2} = \frac{5}{x+1}$		$[s = \emptyset]$

Problemi

251 Al tavolo di un bar hanno consumato due caffè e quattro bibite spendendo 11 euro. Al tavolo a fianco, per tre caffè e due bibite hanno speso 8,5 euro. Quanto costa un caffè? [1,5 euro]

252 Un cinema ha 400 posti. Il prezzo di un biglietto in platea è di 12 euro, mentre in galleria è 15 euro. Quando il cinema è completo l'incasso è di 5340 euro. Quanti sono i posti in platea e quanti in galleria? [220; 180]

253 Ho in tasca 13 banconote, da 20 euro e da 50 euro. In totale ho 470 euro. Quante sono le banconote da 50? [7]

254 Durante una vendita promozionale mi vengono fatte due offerte: se compro 5 paia di pantaloni e 2 giacche spendo 821 euro mentre se compro 3 completi giacca e pantalone spendo 826,50 euro. Quanto costa ogni giacca e ogni pantalone? [pantalone 90 euro e giacca 185,50 euro]

255 La somma di 2000 euro è formata da banconote da 50 e da 100. Quante sono le banconote dei due tipi se in tutto sono 30? [20; 10]

256 Andrea e Barbara al bar

Andrea: «Quattro sandwiches e cinque birre. Quanto viene?»

Il cassiere: «24,50 euro.»

Barbara: «Tre sandwiches e sette birre.»

Il cassiere: «20 euro.»

Barbara: «Mi scusi, ma deve esserci un errore!»

Problemi del passato

275 Problemi egizi (1850 a.C.)

a) L'area di un rettangolo è 12. La sua larghezza è $\frac{3}{4}$ della lunghezza. Quali sono le dimensioni?

b) Un lato di un triangolo rettangolo è due volte e mezzo l'altro lato. L'area misura 20. Quanto misurano i lati? [a: 3; 4; b: 10, 4]

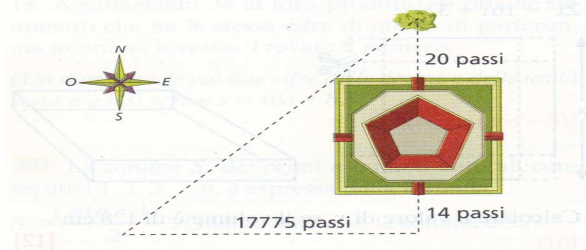
276 Un problema babilonese (1800 a.C.)

Un'area di 1000 m² è composta di due quadrati. Il lato di un quadrato misura 10 m di meno del $\frac{2}{3}$ del lato dell'altro quadrato.

Quanto misurano i lati dei due quadrati? [10; 30]

277 Problema cinese

Una fortezza di dimensioni non note ha forma cubica e una porta al centro di ogni lato. Un albero si trova a 20 passi dalla porta nord, all'esterno della fortezza. È visibile da un punto che si raggiunge, partendo dalla porta sud, facendo 14 passi verso Sud e poi 1775 passi verso Ovest. Quanto misura il lato della fortezza?



261 Trovare due numeri sapendo che il loro rapporto è $\frac{7}{3}$ e che la loro somma è 80. [56; 24]

262 Il rapporto tra due numeri è $\frac{5}{3}$ e la loro somma è 24. Trovare i due numeri. [15; 9]

263 Il rapporto tra la somma di due numeri e la loro differenza è $\frac{11}{5}$; mentre la somma tra $\frac{1}{4}$ del maggiore e $\frac{1}{3}$ del minore è 12. Trovare i due numeri. [12; 32]

265 Se ai $\frac{3}{5}$ di un numero si aggiungono i $\frac{2}{7}$ di un altro si ottiene 30. Inoltre la metà del primo numero diviso per $\frac{1}{6}$ del secondo dà per quoziente 2 e resto 1. Trovare i due numeri. [30; 42]

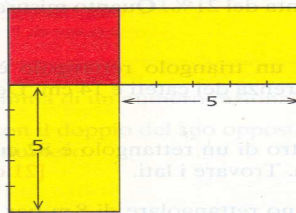
266 La somma di due numeri è 48. Trovare i numeri sapendo che la somma del quadruplo del primo con 5 supera di 57 il triplo del secondo. [20; 28]

267 La somma di un numero con il triplo di un altro numero è 8. Sapendo che il doppio del primo con il sestuplo del secondo danno per somma 10, determinare i due numeri. [imposs.]

268 La differenza tra due numeri è 24. Se si aumenta di 8 ogni numero, i due nuovi numeri sono uno il triplo dell'altro. Quali sono i numeri? [28; 4]

278 Un problema di Al-Khuwarizmi

Un quadrato ha due rettangoli, ciascuno lungo 5 unità, costruiti su due lati. Se l'area totale è di 64 unità quadrate, quanto è il lato del quadrato?



(Si tratta di un problema di più di 1000 anni fa. Non sapendo risolvere un'equazione di II grado, veniva risolto con una costruzione geometrica.) [3]

279 Un problema di Diofanto (250 a.C.)

Si cercano due numeri che danno per somma 20 e prodotto 96. Trovare i due numeri.

(Il metodo suggerito da Diofanto è di indicare il più grande dei due numeri con $10 + n$ e il minore con $10 - n$...) [12; 8]

280 Problema assiro (300 a.C.)

Base e altezza di un rettangolo misurano insieme 14. L'area misura 48. Quali sono le misure della base e dell'altezza? [8; 6]

281 Problema indù del IX secolo

Un quarto di un branco di cammelli è stato avvistato nella foresta. Due volte la radice quadrata del branco si è arrampicata sui pendii di una montagna. E tre volte cinque cammelli sono rimasti sulla riva del fiume. Quanti sono i cammelli del branco? [36]

GEOMETRIA

Rette perpendicolari e parallele

4 Sia ABC un triangolo rettangolo, di ipotenusa BC . Conduci la bisettrice CP e indica con H la proiezione di P su BC . Dimostra che il triangolo ACH è isoscele sulla base AH .

6 Siano a e b due rette parallele. Considera un punto $A \in a$, un punto $B \in b$ e conduci per un punto P del segmento AB una retta che interseca a in C e b in D . Dimostra che i triangoli APC e BPD hanno gli angoli congruenti.

7 Sia ABC un triangolo. Sulla parallela alla retta BC passante per A considera un punto D , appartenente allo stesso semipiano avente come origine la retta AB a cui appartiene il triangolo, tale che $AD \cong BC$. Dimostra che i due triangoli ABC e ADC sono congruenti.

8 Due triangoli ABC e ABD appartengono a semipiani opposti aventi come origine AB e sono tali che $AC \cong BD$ e $BC \cong AD$. Dimostra che $AC \parallel BD$.

9 Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB . Conduci una parallela ad AB che interseca AC in D e BC in E . Considera su AB il punto F tale che $AF \cong DE$ e dimostra che $AD \parallel EF$. Conduci poi da B la parallela a EF che incontra in G il prolungamento di DE e dimostra che $AD \cong EB \cong EF \cong BG$.

Parallelogrammi e trapezi

7 Sulla diagonale AC di un parallelogramma $ABCD$, considera due punti P e Q tali che $AP \cong QC$. Dimostra che $PBQD$ è un parallelogramma.

8 Dato un segmento PQ , di punto medio M , traccia due rette p e q , passanti rispettivamente per P e Q , parallele fra loro. Una retta r , passante per M , interseca p in R e q in S . Dimostra che $PSQR$ è un parallelogramma.

9 Sia $ABCD$ un parallelogramma e siano M, N, P e Q i punti medi di AB, BC, CD e AD . Dimostra, nell'ordine, che:

a. AMQ e CNP sono congruenti

b. PDQ e MBN sono congruenti

c. $QM \parallel PN$

10 Considera un triangolo ABC , isoscele sulla base AB . Traccia la bisettrice dell'angolo esterno di vertice C del triangolo e indica con D il punto d'intersezione della retta cui appartiene tale bisettrice con la retta passante per B e per il punto medio di AC . Dimostra, nell'ordine, che:

a. la bisettrice è parallela al lato AB ;

b. il quadrilatero $ABCD$ è un parallelogramma.

Problemi algebrico-geometrici

14. In un triangolo rettangolo la metà dell'ampiezza di un angolo acuto supera di 30° l'altro angolo acuto. Determinare i due angoli acuti.
[80° ; 10°]

19. In un trapezio due angoli opposti sono uno il doppio dell'altro. Sapendo che la somma di $1/8$ del minore con $1/2$ del maggiore è un angolo retto, determinare i quattro angoli del trapezio.
[20° , 80° , 100° , 160°]

24. Due angoli consecutivi di un parallelogramma differiscono di 126° . Trovare gli angoli del parallelogramma.
[153° , 27°]

27. L'altezza di un rettangolo è $3/4$ della base. Sapendo che la misura del perimetro del rettangolo è 84 , determinare le dimensioni.
[18 ; 24]

36. Il rapporto tra i cateti di un triangolo rettangolo è $3/4$ e la loro somma misura 28 . Calcolare perimetro e area del triangolo.
[48 ; 96]

48. In un trapezio isoscele la misura del perimetro è 180 , quella del lato obliquo è 29 e la differenza delle basi è 42 . Calcolare l'area.
[1220]