



ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"

Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R

Liceo delle Scienze Umane VAPM027011

Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)

[www.liceocrespi.it](http://www.liceocrespi.it) - Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: [lcrespi@tin.it](mailto:lcrespi@tin.it)

C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D



CertINT® 2010

Classe 1 DL – prof. Enrico Rigon

### **Compiti per le vacanze di MATEMATICA**

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
  - **6**: tutti gli esercizi
  - **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
  - **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2011-12

### **Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA**

- Per ogni argomento:
  - rivedere la teoria sul testo
  - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo

**Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: lunedì 29 agosto**

### **INSIEMI**

Rappresenta per elencazione e mediante la loro proprietà caratteristica i seguenti insiemi:

- a. numeri interi compresi fra  $-2$  e  $5$  o ad essi uguali
- b. lettere della parola *insieme*
- c. divisori di  $30$

Dati gli insiemi  $A = \{x \in N \mid x < 11 \text{ e } x \text{ è pari}\}$ ,  $B = \{x \in N \mid 7 < x < 13\}$ ,  $C = \{x \in N \mid x \text{ è divisore di } 12\}$  calcola:

- a.  $(A \cup B)$
- b.  $A \cap B$
- c.  $(A \cap C) \cap B$
- d.  $(B \cap C) \cup A$

[a.  $\{0, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$ ; b.  $\{8, 10\}$ ; c.  $\emptyset$ ; d.  $\{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ ]

Dati i seguenti insiemi  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 3\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 22\}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è multiplo di } 5\}$ , calcola:

- a.  $A \cup B$                       b.  $A \cap B$                       c.  $(A \cap B) \cap C$   
 [a.  $\mathbb{N}$ ; b.  $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 22\}$ ; c.  $\{5, 10, 15, 20\}$ ]

Dati gli insiemi  $A = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{1, 5, 10, 15\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  calcola:

- a.  $A \cap B \cap C$                       b.  $(A \cap B) \cup C$                       c.  $(B - A) \cap C$                       [a.  $\emptyset$ ; b.  $\{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10\}$ ; c.  $\{10\}$ ]

Dato l'insieme  $A = \{3, 5, 8, 11, 14\}$  e il suo sottoinsieme  $B = \{x \in A \mid x \text{ è pari}\}$ , trova il complementare di  $B$  rispetto ad  $A$ .  
 [a.  $\{3, 5, 11\}$ ]

Dato l'insieme  $A = \{2, 6, 7, 10, 13\}$  e il suo sottoinsieme  $B = \{x \in A \mid x \text{ è primo}\}$ , trova il complementare di  $B$  rispetto ad  $A$ .  
 [a.  $\{6, 10\}$ ]

Dato l'insieme  $A = \{3, 5, 6, 8, 9\}$  e il suo sottoinsieme  $B = \{x \in A \mid x \text{ è multiplo di } 3\}$ , trova il complementare di  $B$  rispetto ad  $A$ .  
 [a.  $\{5, 8\}$ ]

Dati i due insiemi  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2\}$  costruisci  $A \times B$  e rappresenta i suoi elementi in tutti i modi che conosci.  
 [a.  $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$ ]

Dato l'insieme  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 15 - 3n, n \in \mathbb{N}\}$ , stabilisci quali fra le seguenti relazioni sono vere:

- a.  $-12 \in A$                       b.  $\{6\} \in A$                       c.  $\emptyset \subset A$   
 d.  $\{0, 6\} \subset A$                       e.  $A \subset \{\text{multipli di } 3 \text{ positivi e negativi}\}$                       [a., d., e.]

Stabilisci se sono vere o false le seguenti relazioni:

- a.  $\{1, 0\} = \{0, 1\}$                        V    F  
 b.  $\{(2, 3)\} = \{2\} \times \{3\}$                        V    F  
 c.  $\{(2, 3), (3, 2)\} = \{2\} \times \{3\}$                        V    F  
 d.  $\{1, 7\} = (1, 7)$                        V    F  
 e.  $0 \in \emptyset$                        V    F

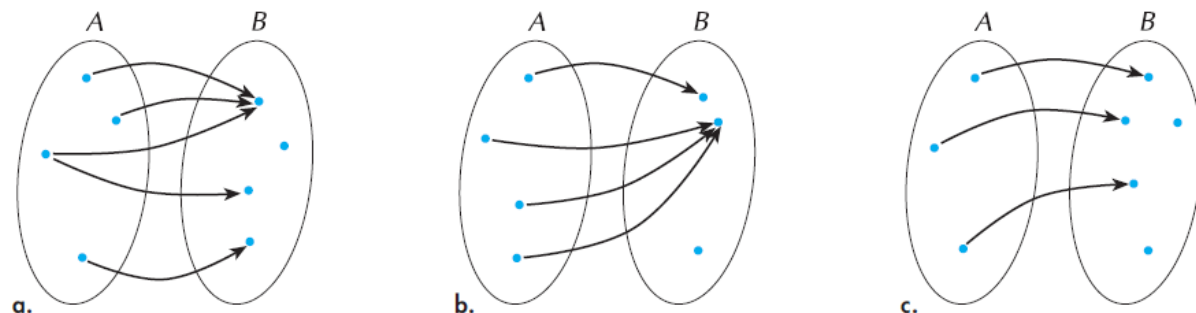
[V, V, F, F, F]

## RELAZIONI E FUNZIONI

Dati  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 6 \leq x \leq 15\}$  e  $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y \leq 5\}$  rappresenta le coppie della relazione  $\mathcal{R}$  definita dall'enunciato aperto  $p(x, y) : \langle x = 3y \rangle$  con  $x \in A$  e  $y \in B$  mediante elencazione, rappresentazione cartesiana, rappresentazione sagittale.  
 [a.  $\{(6, 2), (9, 3), (12, 4), (15, 5)\}$ ]

Dati  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$  e  $B = \{2, 4, 5, 6, 10\}$  rappresenta con un diagramma cartesiano la relazione  $\mathcal{R}$  definita da  $p(x, y) : \langle y = 2x \rangle$  con  $x \in A$  e  $y \in B$ . Quali sono il dominio e il codominio della relazione?  
 [a.  $D = \{1, 2, 3, 5\}$ ;  $C = \{2, 4, 6, 10\}$ ]

Individua quali fra le seguenti relazioni fra gli insiemi  $A$  e  $B$  rappresentano delle funzioni:



[b., c.]

Considerato l'insieme  $A$  come dominio, determina il codominio della funzione  $f$  assegnata in ciascuno dei seguenti casi:

a.  $A = \{3, 9, 15, 27\}$        $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$        $[\{2, 4, 6, 10\}]$

b.  $A = \{2, 3, 5, 7\}$        $f(x) = x^2 - 2$        $[\{2, 7, 23, 47\}]$

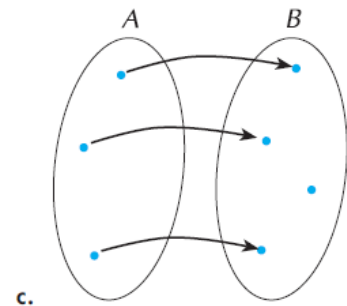
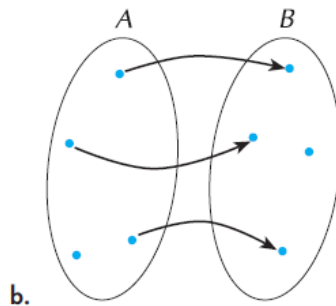
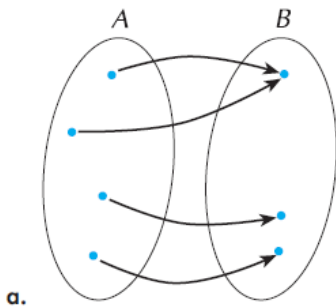
c.  $A = \{0, 1, 5, 9\}$        $f(x) = 3x - 2$        $[\{-2, 1, 13, 25\}]$

E' data la funzione  $f(x) = x^2 + 1$  il cui codominio è  $\{2, 5, 10\}$ . Quali fra gli insiemi che seguono potrebbe essere il dominio della funzione?

$A = \{1, 2\}$        $B = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$        $C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$        $D = \{-3, -2, -1\}$

$[B, D]$

Individua quali, fra le relazioni che seguono, rappresentano delle funzioni; stabilisci poi se si tratta di funzioni suriettive, iniettive, biettive:



$[a. \text{ funzione suriettiva; } b. \text{ non è una funzione; } c. \text{ funzione iniettiva}]$

## PROPORZIONALITA'

Quale tabella rappresenta grandezze direttamente proporzionali?

**A**

x	y
1	4
4	8
8	12

**B**

x	y
1	4
2	2
4	1

**C**

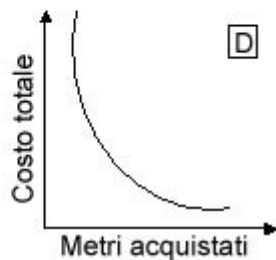
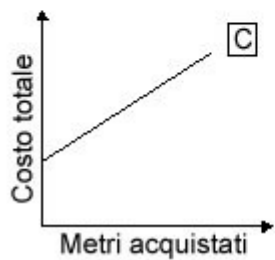
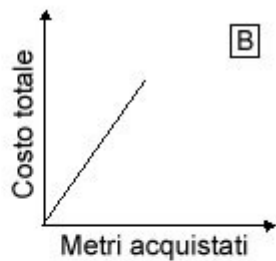
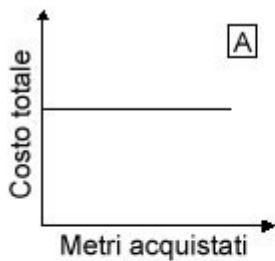
x	y
2	5
3	7
4	9

**D**

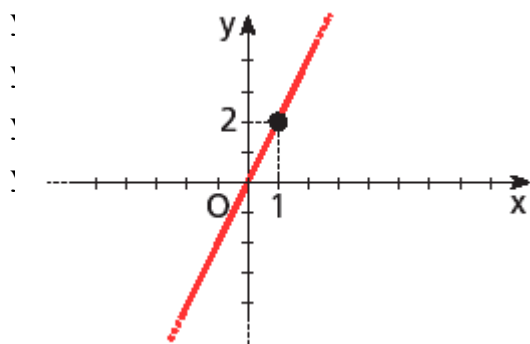
x	y
0,5	1,5
1	3
1,5	4,5

- D
- A
- B
- C

Un sarto deve acquistare una stoffa che costa 10 euro al metro. Quali di questi grafici rappresenta la relazione tra la quantità di metri acquistati e il costo totale?



Qual è l'equazione della retta rappresentata nel piano cartesiano?



### INSIEMI N Z Q

Utilizzare ovunque è possibile le proprietà delle potenze

$$\left[ 2^3 \cdot (2^3)^2 \right]^2 \cdot 2 : \left\{ \left[ (4^2)^0 \right]^5 \cdot 16^4 \cdot 2^2 \right\} \quad [2]$$

$$\left[ (4^2)^3 \right]^3 : \left[ (2^{12})^2 \cdot 4^4 \right] + \left[ 3^{12} : (3^6)^2 \right]^{12} \quad [17]$$

$$\left\{ \left[ (4^2)^3 : 2 \right]^3 : \left[ (2^{12})^2 \cdot 4^4 \right] + 1 \right\} : \left\{ \left[ (3^3)^3 \right]^2 : 3^{17} \right\} \quad [1]$$

$$\left[ \left( \frac{1}{6} \right)^4 : 6 \right]^2 : \left\{ \left( \frac{1}{2} \right)^8 \cdot \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^2 \right]^4 \right\} \quad \left[ \frac{1}{36} \right]$$

$$\left\{ \frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right)^5 \cdot [(3^4)^2 : (-3)^3] \right\} : [(2^3)^2 : 2^4] \quad \left[\frac{1}{3}\right]$$

$$(5^2 - 2^4) \cdot 3^4 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^2}\right)^2 + \left(\frac{3+3^2}{2} \cdot \frac{2^4}{6}\right)^2 : (2^2)^3 \quad [5]$$

$$\left\{ (7^3)^3 : [25 \cdot 5^{-1} + 8^5 : (2^{-2})^{-7}]^8 + 3 \right\}^2 - 2^{-4} \cdot (6^3)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \quad [64]$$

$$\left\{ \left(4^{12} \cdot \frac{1}{4}\right)^{-1} \cdot [(2^3)^5]^2 : 2^4 \right\} \cdot \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot [(2^3)^2 : 2^6 + 8^0]^{-1} \right\} \quad [2]$$

$$(0,25)^2 + \left[\frac{4}{16^3} \cdot (-2)^5 \cdot (0,2)^4 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{-4}\right]^4 + 0,625 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot (-2)^{-3} \cdot \frac{8^2}{3} \cdot \frac{3}{2} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\left\{ \left[0,6^2 \cdot 3^{-1} : \left(\frac{1}{5}\right) + 0,2\right]^3 : 0,25^{-3} + \frac{3}{125} \right\} \cdot [(5^2)^3 : 5^5]^2 \quad \left[\frac{4}{5}\right]$$

## **PRODOTTI NOTEVOLI**

$$(2a - b)^3 - [(a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2) + (2a - b)^2(a + b)] - 3[b(b - 2a)^2 + (a + b)(a^2 - ab + b^2)] \quad [21ab^2 - 24a^2b]$$

$$\left[ \left(x - 2y + \frac{1}{2}\right) \left(x + 2y + \frac{1}{2}\right) - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \right]^2 - 3(x - 2y)^2 \quad [x^2 + 4y^4 - 4xy^2]$$

$$(2a + 3b - 1)(2a - 3b + 1) - 2[(a - 2)(a + 2) + (b - 2)^2] + (3b + 2)^2 - 2(a - b)(a + b) \quad [26b + 3]$$

$$(x^3 + 2x^2 - 1)(x^3 + 2x^2 + 1) - x^4(x + 2)^2 \quad [-1]$$

$$[(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)]^3 + (x^6 + y^6)^2 - 3x^4y^4(y^2 + x^2)(y + x)(y - x) \quad [2x^{12} + 2x^6y^6]$$

$$(x + y)^3 - (x + 1)^3 - (3xy(x + y) - 3x(x + 1) - y(1 - y)(y + 1)) \quad [y - 1]$$

$$\left(x^2 - \frac{3}{2}\right)^3 - 2x^2(x^2 + x - 1)^2 - x^3(3x^2 - 6x + 4) + \left(x^2 + \frac{3}{2}\right)^3 \quad \left[\frac{23}{2}x^2 + 8x^4 - 7x^5\right]$$

$$[(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)]^2 - [(2x - 1)(2x + 1)(4x^2 + 1)]^2 - 20(3 - 4x^4)(3 + 4x^4) \quad [65x^8 + 75]$$

## SCOMPOSIZIONI

Dopo aver scomposto i seguenti polinomi, determinare M.C.D. e m.c.m.:

$$a^3 - a; \quad a^2; \quad a^5 - a^3 \quad [\text{M.C.D.} = a; \quad \text{m.c.m.} = a^3(a+1)(a+1)]$$

$$x; \quad x-1; \quad x+1 \quad [\text{M.C.D.} = 1; \quad \text{m.c.m.} = x(x-1)(x+1)]$$

$$a+2; \quad a+6; \quad a+3 \quad [\text{M.C.D.} = 1; \quad \text{m.c.m.} = (a+2)(a+3)(a+6)]$$

$$x^2 - 1; \quad x^3 - x^2; \quad x^3 - x \quad [\text{M.C.D.} = x-1; \quad \text{m.c.m.} = x^2(x-1)(x+1)]$$

$$a^2 + 2a; \quad 2a + 4; \quad 4a - 2a^2 \quad [\text{M.C.D.} = 1; \quad \text{m.c.m.} = 2a(a+2)(a-2)]$$

$$x^2 - 9; \quad x^2 - 6x + 9; \quad x^2 - 3x \quad [\text{M.C.D.} = x-3; \quad \text{m.c.m.} = x(x+3)(x-3)^2]$$

$$4a^2 - 1; \quad 12a + 6; \quad 2a^2 + a - 1 \quad [\text{M.C.D.} = 1; \quad \text{m.c.m.} = 6(2a-1)(2a+1)(a+1)]$$

$$x^3 + 2x^2 + x; \quad x^4 - x^2; \quad x^4 - 1 \quad [\text{M.C.D.} = x+1; \quad \text{m.c.m.} = x^2(x+1)^2(x-1)(x^2+1)]$$

$$2ax - 4ay - 2bx + 4by; \quad 2ax + ay - 2bx - by; \quad 2x^2 - 3xy - 2y^2 \quad [\text{M.C.D.} = 1; \quad \text{m.c.m.} = 2(a-b)(x-2y)(2x+y)]$$

$$a^2 + a - 2; \quad a^2 + 2a - 3; \quad a^2 - 6a + 5 \quad [\text{M.C.D.} = a-1; \quad \text{m.c.m.} = (a+2)(a-1)(a+3)(a-5)]$$

## FRAZIONI ALGEBRICHE

Semplificare le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{ax^2 + axy - x - y}{ax^2 - x} \quad \frac{a+b-bx-ax}{a(1-x)-b(1-x)} \quad \left[ \frac{x+y}{x}; \frac{a+b}{a-b} \right]$$

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} \quad \frac{ax^5 + ax^3 + 2ax^2}{a^2x^3 + a^2x^2} \quad \left[ \frac{x+2}{x-2}; \frac{x^2-x+2}{a} \right]$$

$$\frac{2x(x^2y - y^2)}{4xy^2 - xy^3} \quad \frac{x^4y - xy^2}{ax^3 - ay} \quad \left[ \frac{2y-2x^2}{y^2-4y}; \frac{xy}{a} \right]$$

$$\frac{2xyz}{2xy - 4x^2z^2} \quad \frac{b^2 - 2b^2x + b^2x^2}{abx^2 - ab} \quad \left[ \frac{zy}{y-2xz^2}; \frac{bx-b}{a+ax} \right]$$

$$\frac{4x^2 - 8xy + 4y^2}{3x^2y - 3xy^2} \quad \frac{x(3x+1) + 3xy - 6x + y - 2}{6x^2 + 5x + 1} \quad \left[ \frac{4(x-y)}{3xy}; \frac{x+y-2}{2x+1} \right]$$

Risolvere le seguenti espressioni:

$$\frac{3-a}{a^2-2a-3} \left( \frac{a^2-2a}{a-3} + \frac{3}{3-a} \right) \quad [-1]$$

$$\frac{1-4x^2}{4x+18} \left( \frac{4}{2x+1} - \frac{5}{2x-1} \right) \quad \left[ \frac{1}{2} \right]$$

$$\left( \frac{3a}{a^2-4a+3} + \frac{4}{1-a} \right) \left( \frac{a-6}{12-a} + \frac{1}{3} \right) \quad \left[ \frac{2}{3(a-1)} \right]$$

$$\left( \frac{1}{a-1} - \frac{1}{a^2-1} \right) \cdot \left( \frac{1+a}{1-a} - \frac{1-a}{a+1} \right) \cdot \left( a-2 + \frac{1}{a} \right) \quad \left[ -\frac{4a}{(a+1)^2} \right]$$

$$\frac{1}{y-4} \left( \frac{1}{y-4} + \frac{y}{4-y^2} \right) \left( -\frac{2-y}{4} + \frac{5-2y}{y+2} \right) \left( y+4 + \frac{4}{y} \right) \quad \left[ \frac{y-1}{y^2-2y} \right]$$

$$\left( \frac{ax^2y}{2(ax-xb+a-b)} : \frac{2y}{4x^2-4} \right) \cdot \frac{a^2-2ab+b^2}{x^3-x^2} \quad [a^2-ab]$$

$$\frac{a^3+1}{3a^2+3} : \frac{a^2-1}{a^2+2a+1} : \left[ \frac{a^3+3a^2+3a+1}{6(a^4-1)} \cdot (a^3+1) \right] \quad \left[ \frac{2}{a+1} \right]$$

$$\left[ \left( \frac{9a-3x}{x^3-2x} - 1 + \frac{3a}{x} \right) \cdot \frac{1-x^2}{x-3a} - \frac{x^3-1}{x^2-2} \right] : \frac{1-x}{x} \quad \left[ \frac{1}{2-x^2} \right]$$

### **EQUAZIONI LINEARI INTERE**

$$(x-3)(x+1) = (x-1)^2 + 4 \quad [S = \emptyset]$$

$$(x+3)^2 - (x+1)^2 = 4(x+2) \quad [S = \mathcal{Q}]$$

$$(x+1)(x-2)(3x+1) - 3(x-1)^3 + 5x = 3x^2 + (2x+1)^2 + 5 \quad [S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}]$$

$$(5x-2)(3-x) - x^3 - 13x + 6 = (x+5)^2 + 4 - (x+2)^3 \quad [S = \left\{ \frac{7}{2} \right\}]$$

$$(3x-2)^2 + (x-1)(x+1) = 5x(2x+1) - 3[2(x-1) - (-1)] \quad [S = \{0\}]$$

$$10 + 8x(x^2+1) - [4(x-1) - 3(2x-1)] + (x+1)^2 = (2x+1)^3 + 8 - [(3x+2)^2 + 2x(x-2)] \quad [S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}]$$

$$\frac{4x-1}{9} - \frac{1}{6} + \frac{(x-1)^2}{3} = \left( 1 - \frac{1}{3} \right) x^2 - \frac{1}{9} \frac{(3x-1)(2x+1)}{2} \quad [S = \{0\}]$$

$$\frac{3x+1}{6} - \left( 1 - \frac{1}{4} \right) \left( x - \frac{1}{2} \right) x - \left( \frac{x-2}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} x \left( \frac{11}{4} - 2x \right) \quad [S = \left\{ \frac{5}{3} \right\}]$$

$$\frac{11x-3}{3} + \left( \frac{x+1}{2} \right)^3 - \frac{3}{2} x \left( \frac{1}{2} x - 1 \right)^2 = \frac{x+1}{4} \cdot \frac{7x-2}{2} - \frac{(x-4)(x^2+1)}{4} \quad [S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}]$$

$$\frac{(x+2)^2}{4} - (1-2x)^3 + \frac{1}{8}x = \frac{1}{4}x \left( \frac{57}{2} - 47x + 32x^2 \right) \quad [S = \mathcal{Q}]$$

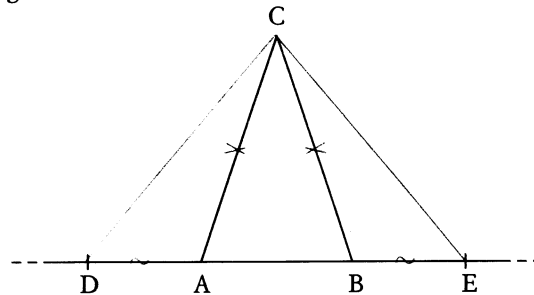
$$\frac{(2x-1)(3x+5)}{4} - 10 \left( \frac{1}{3}x + 1 \right)^2 + \frac{5}{12} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{x-2}{3} - \frac{(x+3)^2}{9} \quad [S = \{-2\}]$$

## GEOMETRIA – CRITERI DI CONGRUENZA

- 10** Sui prolungamenti della base  $AB$  di un triangolo isoscele  $ABC$  si considerino due segmenti congruenti  $AD$  e  $BE$ . Dimostrare che il triangolo  $DEC$  è isoscele.

*Ipotesi*  $AC \cong CB$   
 $D, A, B, E$  allineati  
 $DA \cong BE$

*Tesi*  $DEC$  isoscele



**Dim.** Si considerino i triangoli  $ADC$  e .....; essi hanno

$AC \cong \dots$  per ipotesi  
 $\dots \cong BE$  per ipotesi

$\widehat{CAD} \cong \dots$  perché angoli supplementari.....  
 .....  
 ..... }  $\rightarrow DAC \cong \dots \rightarrow$   
 (per ... criterio)

$\rightarrow \dots \cong CE \rightarrow$  il triangolo ..... è isoscele sulla base ..... c.v.d.

(lati corrispondenti  
 in triangoli congruenti)

- 11** Siano  $AH$  e  $BK$  le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele  $ABC$ . Dimostrare che  $CK \cong CH$ .

**Dim.** Si considerino i triangoli  $CKB$  e  $CHA$ .

Essi hanno

$CB \cong CA$  per .....

$\widehat{ACB} \dots\dots\dots$

$\widehat{CBK} \cong \widehat{CAH}$  perché metà degli angoli  
 alla base ..... }  $\rightarrow$

$\rightarrow CKB \cong CHA \rightarrow CK \cong CH.$

(per ... criterio)

(lati .....

in triangoli .....

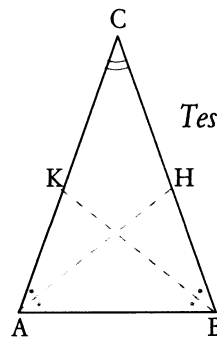
c.v.d.

*Ipotesi*  $AC \cong CB$

$\widehat{BAH} \cong \widehat{HAC}$

.....  $\cong$  .....

*Tesi*  $CK \cong CH$



- 12** Si prolunghi la mediana  $AM$  di un triangolo  $ABC$  di un segmento  $ME \cong AM$ . Dimostrare che i segmenti  $AC$  e  $BE$  risultano congruenti.

*Ipotesi*  $A, M, E$  allineati *Tesi* .....

.....

.....

**Dim.** Si considerino i triangoli  $AMC$  e  $MBE$ ;

essi hanno

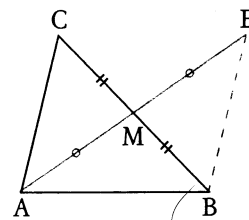
$CM \cong \dots$  per .....

$AM \cong \dots$  per .....

$\widehat{AMC} \cong \dots$  perché angoli .....

}  $\rightarrow AMC \cong MBE \rightarrow AC \cong BE$   
 (per... criterio) (lati.....  
 in triangoli.....)

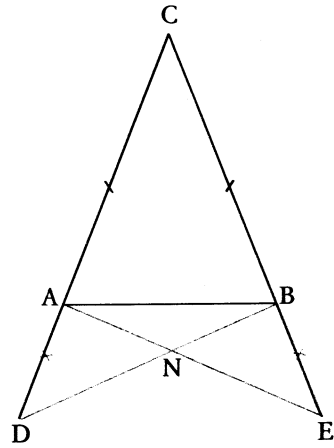
c.v.d.





**13** Sui prolungamenti dei lati  $CA$  e  $CB$  di un triangolo isoscele  $ABC$  si considerino rispettivamente i segmenti  $AD$  e  $BE$  tra loro congruenti. Detto  $N$  il punto di intersezione dei segmenti  $DB$  e  $AE$ , si dimostri che il triangolo  $ANB$  è isoscele.

*Ipotesi*  $CA \cong CB$                       *Tesi*  $ANB$  isoscele  
 $C, A, D$  allineati  
 .....  
 $DA \cong$  .....



**Dim.** Si considerino i triangoli  $ABD$  e .....; essi hanno

$AD \cong$  ..... per ipotesi

$AB$  in .....

$\widehat{DAB} \cong$  ..... perché angoli .....

.....

}  $\rightarrow ABD \cong$  .....  $\rightarrow$   
 (per ..... criterio)

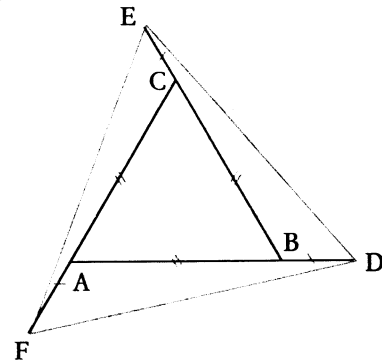
$\rightarrow \widehat{DBA} \cong$  .....  $\rightarrow ANB$  è isoscele, con base  $AB$ , perché .....

(angoli corrispondenti  
 in .....) c.v.d.

**14** Dato il triangolo equilatero  $ABC$ , sui prolungamenti dei lati  $AB, BC, CA$  si prendano, sempre nello stesso senso, tre segmenti  $BD, CE, AF$  congruenti fra loro. Dimostrare che il triangolo  $FDE$  è equilatero.

*Ipotesi*  $AB \cong BC \cong CA$   
 $A, B, D$  allineati  
 .....  
 .....

*Tesi*  $FDE$  equilatero



**Dim.** Si considerino i tre triangoli  $AFD, BDE,$  .....; essi hanno

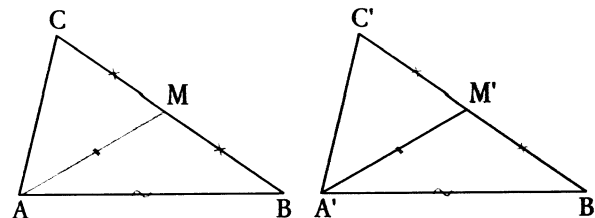
$AD \cong BE \cong$  ..... perché somme di segmenti rispettivamente congruenti

$AF \cong$  .....  $\cong$  ..... per .....

$\widehat{FAD} \cong \widehat{DBE} \cong$  ..... perché angoli ..... angoli congruenti del triangolo equilatero dato. I tre triangoli sono quindi congruenti per ..... e in particolare sarà  $FD \cong$  .....  $\cong$  ..... perché lati corrispondenti in .....; il triangolo  $FDE$  è quindi equilatero, avendo ..... c.v.d.

**15** Di due triangoli  $ABC$  e  $A'B'C'$  si sa che  $AB \cong A'B', BC \cong B'C'$  e che le mediane relative ai lati  $BC$  e  $B'C'$  sono congruenti. Dimostrare la congruenza dei triangoli  $ABC$  e  $A'B'C'$ .

*Ipotesi*  $AB \cong A'B'$   
 $BC \cong$  .....  
 .....  
 .....  
*Tesi*  $ABC \cong A'B'C'$



**Dim.** Si considerino i triangoli  $ABM$  e  $A'B'M'$ ;

essi hanno

$$\left. \begin{array}{l} AB \cong A'B' \text{ per ipotesi} \\ MB \cong M'B' \text{ perché metà di .....} \\ AM \cong A'M' \text{ per .....} \end{array} \right\} \rightarrow ABM \cong A'B'M' \rightarrow \widehat{B} \cong \widehat{B}'$$

(per ..... criterio)                      (angoli .....  
.....)

Consideriamo ora i triangoli  $ABC$  e  $A'B'C'$ ; essi hanno

$$\left. \begin{array}{l} AB \cong \dots \text{ per ipotesi} \\ \widehat{B} \cong \widehat{B}' \text{ perché è stato prima dimostrato} \\ \dots \end{array} \right\} \rightarrow ABC \cong A'B'C'.$$

(per ... criterio) c.v.d.

**7.** Sia  $ABC$  un triangolo isoscele di base  $AB$ . Si prolunghi  $AB$  dalla parte di  $B$  di un segmento  $BE$ , e si prolunghi  $AB$  dalla parte di  $A$  di un segmento  $AD$ , in modo che  $AD$  sia congruente a  $BE$ . Congiunto  $C$  con  $D$  e con  $E$ , dimostrare che il triangolo  $DEC$  è isoscele.  
[Occorre prendere in esame i triangoli  $DAC$  e  $CBE$ ...]

**8.** Si consideri un triangolo equilatero  $ABC$ . Si prolunghino i lati  $AC$ ,  $CB$ ,  $BA$  rispettivamente dalla parte di  $C$ ,  $B$ ,  $A$  di tre segmenti  $CE$ ,  $BF$ ,  $DA$  tra loro congruenti. Dimostrare che  $DEF$  è un triangolo equilatero.

**9.** I lati  $CA$  e  $CB$  di un triangolo isoscele  $ABC$  di vertice  $C$ , vengono prolungati, rispettivamente dalla parte di  $A$  e di  $B$  di due segmenti congruenti  $AM$  e  $BN$ . Dimostrare che:

- 1)  $MB \cong AN$
- 2)  $\widehat{CAN} \cong \widehat{MBC}$
- 3)  $MO \cong ON$ , essendo  $O$  il punto di intersezione tra  $MB$  e  $AN$ .

**10.** Si consideri un triangolo isoscele  $ABC$ , di vertice  $A$ . Si prolunghino i lati  $AB$  e  $AC$ , dalla parte di  $A$ , rispettivamente di due segmenti  $AE$  e  $AF$  congruenti. Si dimostri che  $BF \cong EC$ .

L' insegnante

Gli alunni