**LICEO CLASSICO STATALE “DANIELE CRESPI”**
***Classico e Linguistico***
Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)
**www.liceocrespi.it**-***Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lccrespi@tin.it***
C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAPC01000A

UNI EN ISO 9001: 2000

# Compiti per le vacanze di MATEMATICA

QUARTA GINNASIO – PRIMA LICEO LINGUISTICO

(testi “Algebra 1” e “Elementi di geometria” di Re Fraschini e Grazzi)

- Rivedere gli argomenti teorici – sotto riportati - sulla prima parte del testo
- Esercizi obbligatori: frazioni algebriche, equazioni (tre fotocopie: semplificazioni, frazioni algebriche e equazioni) e geometria (fotocopia: dimostrazioni dal 7 al 16)
- **Tutti** gli esercizi per chi ha riportato la votazione: **6** (nelle parti degli “esercizi di recupero”: non ricopiare gli esercizi svolti e guidati)
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2009-10

| | *Argomento* | *Esercizi* |
|---|---|---|
| *ALGEBRA* | Insiemi | Esercizi di recupero U.D. 1 da pag. 356 a pag. 361 + Scheda di valutazione |
| | Operazioni e insiemi numerici | Esercizi di recupero U.D. 4 da pag. 421 a pag. 427 (no n. 1-2) + Scheda di valutazione (no n. 1-2) |
| | Monomi | Esercizi di recupero U.D. 6 da pag. 531 a pag. 534 + Scheda di valutazione |
| | Polinomi | Esercizi di recupero U.D. 7 da pag. 536 a pag. 540 (no n. 16-17-18-19) + Scheda di valutazione (no n. 4-5) |
| | Scomposizioni di polinomi | Esercizi di recupero U.D. 8 da pag. 542 a pag. 547 (no n. 15-16) + Scheda di valutazione + fotocopia allegata (MCD e mcm dal 552 al 567) |
| | Frazioni algebriche | Esercizi di recupero U.D. 9 da pag. 548 a pag. 551 + Scheda di valutazione + fotocopie allegate (semplificazione dal 595 al 611 + espressioni dal 20 al 33) |
| | Equazioni | Esercizi di recupero U.D. 10 da pag. 599 a pag. 601 (solo n. 1-2-3) + fotocopia allegata (dal 47 al 64) |

++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++

| | | |
|---|---|---|
| *GEOMETRIA* | Triangoli | Esercizi di recupero Cap. 2 da pag. 217 a pag. 221 + fotocopie allegate (esercizi guidati dal 10 al 15 e dimostrazioni dal 7 al 16) |
| | Isometrie | Esercizi di recupero Cap. 4 da pag. 249 a pag. 253 |

**Buone Vacanze**

**552** $a^3 - a; \quad a^2; \quad a^5 - a^3$ $\quad$ [M.C.D. $= a$; m.c.m. $= a^3(a-1)(a+1)$]

**553** $x; \quad x - 1; \quad x + 1$ $\quad$ [M.C.D. $= 1$; m.c.m. $= x(x-1)(x+1)$]

**554** $a + 2; \quad a + 6; \quad a + 3$ $\quad$ [M.C.D. $= 1$; m.c.m. $= (a+2)(a+3)(a+6)$]

**555** $x^2 - 1; \quad x^3 - x^2; \quad x^3 - x$ $\quad$ [M.C.D. $= x - 1$; m.c.m. $= x^2(x-1)(x+1)$]

**556** $a^2 + 2a; \quad 2a + 4; \quad 4a - 2a^2$ $\quad$ [M.C.D. $= 1$; m.c.m. $= 2a(a+2)(a-2)$]

**557** $x^2 - 9; \quad x^2 - 6x + 9; \quad x^2 - 3x$ $\quad$ [M.C.D. $= x - 3$; m.c.m. $= x(x+3)(x-3)^2$]

**558** $5a^3 + 2a^2 - 15a - 6; \quad -7a^3 + 4a^2 + 21a - 12$
[M.C.D. $= a^2 - 3$; m.c.m. $= (a^2-3)(5a+2)(-7a+4)$]

**559** $x^2 - 4xy + 4y^2; \quad x^2 - 4y^2; \quad x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$
[M.C.D. $= x - 2y$; m.c.m. $= (x+2y)(x-2y)^3$]

**560** $4a^2 - 1; \quad 12a + 6; \quad 2a^2 + a - 1$ $\quad$ [M.C.D. $= 1$; m.c.m. $= 6(2a-1)(2a+1)(a+1)$]

**561** $x^3 + 2x^2 + x; \quad x^4 - x^2; \quad x^4 - 1$ $\quad$ [M.C.D. $= x + 1$; m.c.m. $= x^2(x+1)^2(x-1)(x^2+1)$]

**562** $2ax - 4ay - 2bx + 4by; \quad 2ax + ay - 2bx - by; \quad 2x^2 - 3xy - 2y^2$
[M.C.D. $= 1$; m.c.m. $= 2(a-b)(x-2y)(2x+y)$]

**563** $x^2 - x + ax - a; \quad x^2 - 1; \quad 3x - 3 - x^2 + 1$
[M.C.D. $= x - 1$; m.c.m. $= (x+a)(x-1)(x+1)(2-x)$]

**564** $a^3 - 8; \quad a^3 - 4a^2 + 4a; \quad a^2 - 4$ $\quad$ [M.C.D. $= a - 2$; m.c.m. $= a(a-2)^2(a+2)(a^2+2a+4)$]

**565** $x^2 - 2xy; \quad 2x^3 - 8x^2y + 8xy^2; \quad 6x^2 - 6xy - 12y^2$
[M.C.D. $= x - 2y$; m.c.m. $= 6x(x-2y)^2(x+y)$]

**566** $a^2 + a - 2; \quad a^2 + 2a - 3; \quad a^2 - 6a + 5$
[M.C.D. $= a - 1$; m.c.m. $= (a+2)(a-1)(a+3)(a-5)$]

**567** $x^3y - xy^3; \quad x^4y + 4x^3y^2 + 3x^2y^3; \quad 2x^3y^2 + 2x^2y^3$
[M.C.D. $= xy(x+y)$; m.c.m. $= 2x^2y^2(x+y)(x-y)(x+3y)$]

**595** $\dfrac{x^5-2x^4y+x^3y^2}{x^5-3x^4y+3x^3y^2-x^2y^3}$ $\left[\dfrac{x}{x-y}\right]$

**596** $\dfrac{a^4-2a^2+1}{a^3-a+3a^2-3}$ $\left[\dfrac{a^2-1}{a+3}\right]$

**597** $\dfrac{8x^3+y^3}{4x+2y}$ $\left[\dfrac{4x^2-2xy+y^2}{2}\right]$

**598** $\dfrac{3xy-x^2-bx}{b^2+bx-3by}$ $\left[-\dfrac{x}{b}\right]$

**599** $\dfrac{a^3+2a^2b+ab^2}{a+b}$ $[a(a+b)]$

**600** $\dfrac{2x^5-50x}{x^4+8x^2+15}$ $\left[\dfrac{2x(x^2-5)}{x^2+3}\right]$

**601** $\dfrac{a^3-b^3-3ab(a-b)}{2(a-b)^2}$ $\left[\dfrac{a-b}{2}\right]$

**602** $\dfrac{y^3-2y^2+y}{y^3-3y^2+3y-1}$ $\left[\dfrac{y}{y-1}\right]$

**603** $\dfrac{2a^2+3a-5}{2a^2+7a+5}$ $\left[\dfrac{a-1}{a+1}\right]$

**604** $\dfrac{2x^2-3x-2}{4x^2+4x+1}$ $\left[\dfrac{x-2}{2x+1}\right]$

**605** $\dfrac{a^3-6a^2+12a-8}{a^4-8a^2+16}$ $\left[\dfrac{a-2}{a^2+4a+4}\right]$

**606** $\dfrac{x^2-2x+1+bx-b}{x^2+b^2+1-2x+2bx-2b}$ $\left[\dfrac{x-1}{b+x-1}\right]$

**607** $\dfrac{ba^2-2a^2+3b-6}{ba^2-2a^2-3b+6}$ $\left[\dfrac{a^2+3}{a^2-3}\right]$

**608** $\dfrac{a^3-1}{a^3-2a^2+2a-1}$ $\left[\dfrac{a^2+a+1}{a^2-a+1}\right]$

**609** $\dfrac{(3a+1)^2-9}{27a^3-8}$ $\left[\dfrac{3a+4}{9a^2+6a+4}\right]$

**610** $\dfrac{x^8-2x^4+1}{x^4+2x^2+1}$ $[x^4-2x^2+1]$

**611** $\dfrac{(a^2+b^2-1)^2-(a^2-b^2+1)^2}{2b^4-4b^2+2}$ $\left[\dfrac{2a^2}{b^2-1}\right]$

20 $\left(\dfrac{a^2}{4a^2+4ab+b^2}-\dfrac{a-b}{6a+3b}\right):\dfrac{a^3-b^3}{12a+6b}.$ $\left[\dfrac{2}{(2a+b)(a-b)}\right]$

21 $\left(\dfrac{b-1}{b^2+4b+3}-\dfrac{b+3}{b^2-2b-3}\right):\left(\dfrac{2}{b+3}+\dfrac{3}{b-3}\right).$ $\left[-\dfrac{2}{1+b}\right]$

22 $\left(\dfrac{a-2}{a^3+8}-\dfrac{b-1}{a^2b-2ab+4b}\right):\left(\dfrac{a}{b}-\dfrac{4a}{a+2}\right).$ $\left[\dfrac{1}{a(a^2-2a+4)}\right]$

23 $\left(\dfrac{a^2}{4a^2+b^2+4ab}-\dfrac{a-b}{2a+b}+\dfrac{a+b}{4a+2b}\right):\left(\dfrac{5}{b}+\dfrac{3}{a}\right).$ $\left[\dfrac{ab^2}{2(2a+b)^2}\right]$

24 $\left[\dfrac{2+x}{2-x}-\dfrac{4a+2ax}{4a-4ax+ax^2}+\dfrac{2x^2}{(x-2)^2}\right]\cdot\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{2}{x}\right).$ $\left[1+\dfrac{x}{2}\right]$

25 $\left(\dfrac{x}{x^2+2xy+y^2}-\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{1}{3x+3y}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2}{xy}+\dfrac{1}{y^2}\right).$ $\left[\dfrac{x-2y}{3x^2y^2}\right]$

26 $\left(\dfrac{b^2+1}{2b^2+4}-\dfrac{b^2-1}{3b^2-6}+\dfrac{1}{b^4-4}\right):\left(b^2-7+\dfrac{18}{b^2+2}\right).$ $\left[\dfrac{1}{6(b^2-2)}\right]$

27 $\left(\dfrac{x^2}{1-3x+3x^2-x^3}-\dfrac{x}{x^2-2x+1}+\dfrac{2}{x-1}\right)\cdot\dfrac{x^2-2x+1}{3x^2+x-2}.$ $\left[\dfrac{1}{1-x^2}\right]$

28 $\left(\dfrac{1}{ab+a+bx+x}-\dfrac{1}{ab-bx+a-x}\right):\left(\dfrac{2}{a+x}-\dfrac{3}{a-x}+\dfrac{3x+a}{a^2-x^2}\right).$ $\left[\dfrac{1}{b+1}\right]$

29 $\left[1+\dfrac{3a(a+b)}{b^2-ab-2a^2}\right]\cdot\left(b-5a+\dfrac{9a^2}{a+b}\right).$ $[-2a+b]$

30 $\left(y+1-\dfrac{2}{1-y}\right)\left(y-2-\dfrac{y^2}{y+3}\right):\left[y-8+\dfrac{10(2y-3)}{y^2+2y-3)}\right].$ $[1]$

31 $\left[\left(\dfrac{x}{x^2-x-6}+\dfrac{x}{x^2+5x+6}-\dfrac{1}{x+2}\right):\left(\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x-1}\right)\right]\cdot\left(1-\dfrac{18}{x^2+9}\right).$

$\left[\dfrac{1-x}{3}\right]$

32 $\left[\dfrac{1}{x+3y}\left(1-\dfrac{x}{x+3y}\right)+\dfrac{1}{x-3y}\left(1-\dfrac{x}{x-3y}\right)\right]\cdot\dfrac{x^4-18x^2y^2+81y^4}{6xy}.$ $[-6y]$

33 $\dfrac{y-2}{2y^2+y-1}:\left(\dfrac{1}{2y-1}-\dfrac{1}{y+1}\right)+\dfrac{3-2y}{y^2-3y+2}:\left(\dfrac{1}{y-1}+\dfrac{1}{y-2}\right).$ $[-2]$

**47** $(-2)^3 3x + 5x = 4 + 4x + (-3)^2(x - 4)$ $[S = \{1\}]$

**48** $(6x + 8)(x + 12) = (2x + 38)(2x + 1) + (2x + 1)(12 + x)$ $[S = \{2\}]$

**49** $6(x + 1) + 10(x - 1) - 60 = 0$ $[S = \{4\}]$

**50** $6x - 5 - x(3 - x) = (3x - 2)^2 - (2x - 3)(4x - 1)$ $[S = \{6\}]$

**51** $[(4x - 3)(3x - 1) - 1 - 3(-1 + 2x)^2]^2 - 4 - x^2 = 2x$ $[S = \varnothing]$

**52** $4x - (5 - x) = 2x + 3(2x - 2)$ $\left[S = \left\{\frac{1}{3}\right\}\right]$

**53** $x - 3(x - 2) = 5 + x + 2 - 4(3 - 2x)$ $[S = \{1\}]$

**54** $12(x - 1) + 3(x + 2) = 6(x + 3)$ $\left[S = \left\{\frac{8}{3}\right\}\right]$

**55** $7(x - 2) - 2(3 + 2x) + 3(5 - x) = 0$ $[S = \varnothing]$

**56** $2x - 3(15 - x) = 6x - 5(11 - x) + 11$ $\left[S = \left\{-\frac{1}{6}\right\}\right]$

**57** $5(3 - 2x) - 2(3x - 2) + 4x - 7 = 0$ $[S = \{1\}]$

**58** $7(x - 2) - 2(2 + 2x) + 3(6 - x) = 0$ $[S = \mathbf{Q}]$

**59** $17x - 15(3x + 4) = 28x - 11 + 13(5 - 2x)$ $\left[S = \left\{-\frac{19}{5}\right\}\right]$

**60** $3[4x - 2(3x - 2) - 5] + 5x = -[-3(2x - 1)]$ $[S = \{0\}]$

**61** $2[7 - 3x + 4(6 - 2x) - 3(x + 1)] = 5[2x + (-x - 5)]$ $\left[S = \left\{\frac{27}{11}\right\}\right]$

**62** $4 - \{-[2 - (-x - 5) + 4 - 3x] - (2x - 1) - 3x\} = 0$ $\left[S = \left\{-\frac{14}{3}\right\}\right]$

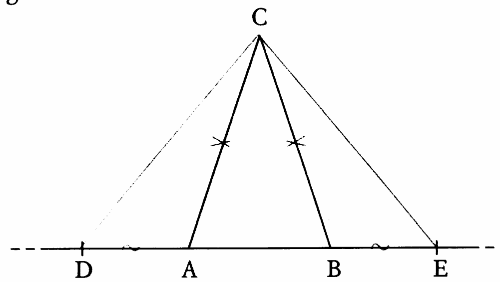
**63** $3\{-3[-2(-x)] - [-x(-3)] - 5x\} = 12x - 2[-(-x + 2)]$ $\left[S = \left\{-\frac{1}{13}\right\}\right]$

**64** $(x + 5)^2 - 12 = x^2 - 7x + 47$ $[S = \{2\}]$

**10** Sui prolungamenti della base $AB$ di un triangolo isoscele $ABC$ si considerino due segmenti congruenti $AD$ e $BE$. Dimostrare che il triangolo $DEC$ è isoscele.

*Ipotesi* $AC \cong CB$
$D, A, B, E$ allineati
$DA \cong BE$

*Tesi* $DEC$ isoscele




**Dim.** Si considerino i triangoli $ADC$ e .......; essi hanno

$$\left.\begin{array}{l} AC \cong \text{...... per ipotesi} \\ \text{......} \cong BE \text{ per ipotesi} \\ \widehat{CAD} \cong \text{...... perché angoli supplementari.................................} \\ \text{.........................................................................................} \end{array}\right\} \longrightarrow \underset{\text{(per ... criterio)}}{DAC \cong \text{......}} \longrightarrow$$

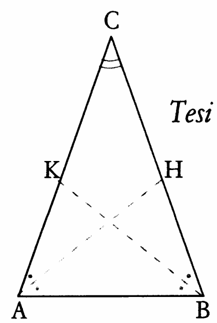
$\underset{\text{(lati corrispondenti in triangoli congruenti)}}{\longrightarrow}$ ...... $\cong CE \longrightarrow$ il triangolo ...... è isoscele sulla base ......

c.v.d.

**11** Siano $AH$ e $BK$ le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele $ABC$. Dimostrare che $CK \cong CH$.

*Ipotesi* $AC \cong CB$
$\widehat{BAH} \cong \widehat{HAC}$
...... $\cong$ ......

*Tesi* $CK \cong CH$




**Dim.** Si considerino i triangoli $CKB$ e $CHA$.
Essi hanno
$CB \cong CA$ per ......

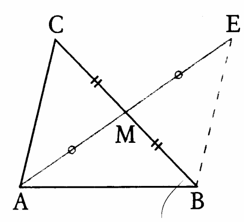
$$\left.\begin{array}{l} \widehat{ACB} \text{ ...............} \\ \widehat{CBK} \cong \widehat{CAH} \text{ perché metà degli angoli} \\ \qquad\qquad \text{alla base ...............} \end{array}\right\} \longrightarrow$$

$\longrightarrow \underset{\text{(per ... criterio)}}{CKB \cong CHA} \longrightarrow \underset{\text{(lati .............. in triangoli ................)}}{CK \cong CH.}$

c.v.d.

**12** Si prolunghi la mediana $AM$ di un triangolo $ABC$ di un segmento $ME \cong AM$. Dimostrare che i segmenti $AC$ e $BE$ risultano congruenti.

*Ipotesi* $A, M, E$ allineati *Tesi* ....................
....................
....................

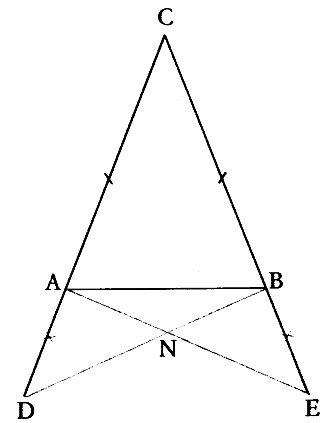



**Dim.** Si considerino i triangoli $AMC$ e $MBE$;
essi hanno

$$\left.\begin{array}{l} CM \cong \text{...... per ......} \\ AM \cong \text{...... per ......} \\ \widehat{AMC} \cong \text{...... perché angoli ...................................} \end{array}\right\} \longrightarrow \underset{\text{(per... criterio)}}{AMC \cong MBE} \longrightarrow \underset{\text{(lati............... in triangoli...............)}}{AC \cong BE}$$

c.v.d.

**13** Sui prolungamenti dei lati $CA$ e $CB$ di un triangolo isoscele $ABC$ si considerino rispettivamente i segmenti $AD$ e $BE$ tra loro congruenti. Detto $N$ il punto di intersezione dei segmenti $DB$ e $AE$, si dimostri che il triangolo $ANB$ è isoscele.




*Ipotesi* $CA \cong CB$      *Tesi* $ABN$ isoscele
$C, A, D$ allineati
..........................
$DA \cong$ ..............

**Dim.** Si considerino i triangoli $ABD$ e ......; essi hanno

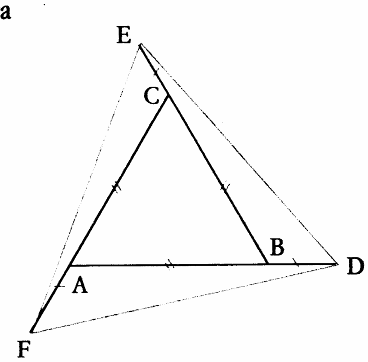
$AD \cong$ ...... per ipotesi
$AB$ in ......
$\widehat{DAB} \cong$ ...... perché angoli ..............
.....................................................................................

$\Big\} \longrightarrow ABD \cong$ ...... $\longrightarrow$
(per ...... criterio)

$\longrightarrow \widehat{DBA} \cong$ .......    $\longrightarrow ABN$ è isoscele, con base $AB$, perché ......................
(angoli corrispondenti
in ........................)

c.v.d.

**14** Dato il triangolo equilatero $ABC$, sui prolungamenti dei lati $AB$, $BC$, $CA$ si prendano, sempre nello stesso senso, tre segmenti $BD$, $CE$, $AF$ congruenti fra loro. Dimostrare che il triangolo $FDE$ è equilatero.




*Ipotesi* $AB \cong BC \cong CA$
$A, B, D$ allineati
.........................
.........................

*Tesi* $FDE$ equilatero

**Dim.** Si considerino i tre triangoli $AFD$, $BDE$, ......;

essi hanno

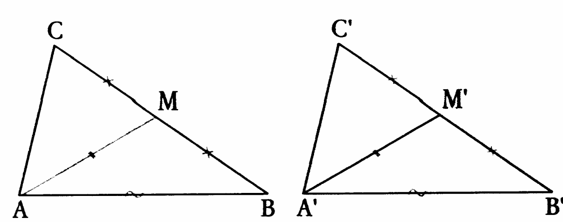
$AD \cong BE \cong$ ...... perché somme di segmenti rispettivamente congruenti
$AF \cong$ ...... $\cong$ ...... per ..............

$\widehat{FAD} \cong \widehat{DBE} \cong$ ...... perché angoli ...................... angoli congruenti del triangolo equilatero dato. I tre triangoli sono quindi congruenti per ...................... e in particolare sarà $FD \cong$ ...... $\cong$ ...... perché lati corrispondenti in ..........................; il triangolo $FDE$ è quindi equilatero, avendo .............. c.v.d.

**15** Di due triangoli $ABC$ e $A'B'C'$ si sa che $AB \cong A'B'$, $BC \cong B'C'$ e che le mediane relative ai lati $BC$ e $B'C'$ sono congruenti. Dimostrare la congruenza dei triangoli $ABC$ e $A'B'C'$.

*Ipotesi* $AB \cong A'B'$
$BC \cong$ ......
.................
.................

*Tesi* $ABC \cong A'B'C'$



**Dim.** Si considerino i triangoli $ABM$ e $A'B'M'$;

essi hanno

$$\left.\begin{array}{l} AB \cong A'B' \text{ per ipotesi} \\ MB \cong M'B' \text{ perché metà di } \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ AM \cong A'M' \text{ per } \dots\dots \end{array}\right\} \underset{\text{(per ...... criterio)}}{\longrightarrow ABM \cong A'B'M'} \underset{\text{(angoli ........ .................)}}{\longrightarrow \widehat{B} \cong \widehat{B'}}$$

Consideriamo ora i triangoli $ABC$ e $A'B'C'$; essi hanno

$$\left.\begin{array}{l} AB \cong \dots\dots \text{ per ipotesi} \\ \widehat{B} \cong \widehat{B'} \text{ perché è stato prima dimostrato} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{array}\right\} \underset{\text{(per ... criterio)}}{\longrightarrow ABC \cong A'B'C'.}$$

c.v.d.

**7.** Sia $ABC$ un triangolo isoscele di base $AB$. Si prolunghi $AB$ dalla parte di $B$ di un segmento $BE$, e si prolunghi $AB$ dalla parte di $A$ di un segmento $AD$, in modo che $AD$ sia congruente a $BE$. Congiunto $C$ con $D$ e con $E$, dimostrare che il triangolo $DEC$ è isoscele.
[Occorre prendere in esame i triangoli $DAC$ e $CBE$...]

**8.** Si consideri un triangolo equilatero $ABC$. Si prolunghino i lati $AC$, $CB$, $BA$ rispettivamente dalla parte di $C$, $B$, $A$ di tre segmenti $CE$, $BF$, $DA$ tra loro congruenti. Dimostrare che $DEF$ è un triangolo equilatero.

**9.** I lati $CA$ e $CB$ di un triangolo isoscele $ABC$ di vertice $C$, vengono prolungati, rispettivamente dalla parte di $A$ e di $B$ di due segmenti congruenti $AM$ e $BN$. Dimostrare che:

1) $MB \cong AN$
2) $C\widehat{A}N \cong M\widehat{B}C$
3) $MO \cong ON$, essendo $O$ il punto di intersezione tra $MB$ e $AN$.

**10.** Si consideri un triangolo isoscele $ABC$, di vertice $A$. Si prolunghino i lati $AB$ e $AC$, dalla parte di $A$, rispettivamente di due segmenti $AE$ e $AF$ congruenti. Si dimostri che $BF \cong EC$.

**11.** Dato il triangolo isoscele $ABC$, di vertice $C$, sui lati $AC$ e $CB$ si considerino, rispettivamente, due punti $P$ e $Q$ tali che $CP \cong CQ$. Sia $N$ il punto di intersezione di $AQ$ con $PB$. Dimostrare che il triangolo $PNQ$ è isoscele.

**12.** Si consideri un triangolo $ABC$; si prolunghi il lato $AC$, dalla parte di $C$, di un segmento $CE \cong CB$ e si prolunghi $BC$, dalla parte di $C$, di un segmento $CD \cong CA$. Si indichi con $H$ il punto di intersezione delle rette $BA$ e $DE$. Dimostrare che il triangolo $BEH$ è isoscele. Basandosi poi sull'intuizione si dica quando non è possibile determinare il punto $H$, illustrando il caso con un disegno.

**13.** Si consideri un triangolo isoscele $ABC$, di base $AB$. Si prolunghi $AC$, dalla parte di $C$ di un segmento $CE$ (minore del lato del triangolo isoscele) e si prolunghi $BC$, dalla parte di $C$, di un segmento $CD \cong CE$. Sia $T$ il punto di intersezione delle rette $AD$ e $EB$. Dimostrare che il triangolo $ABT$ è isoscele.

**14.** Si consideri un triangolo isoscele $ABC$, di vertice $C$. Si prolunghino $AC$ e $CB$, rispettivamente dalla parte di $A$ e di $B$, di due segmenti congruenti: $AE$ e $BF$; su $AC$ e $CB$ si considerino rispettivamente due punti $H$ e $K$ tali che $CH \cong CK$. Sia $T$ l'intersezione delle rette $EK$ e $AB$ e $G$ l'intersezione di $HF$ e $AB$. Dimostrare che $AT \cong GB$.

**15.** Si consideri un triangolo isoscele $ABC$ di base $AB$. Si prolunghi $CA$, oltre $A$, di un segmento $AD$ e si prolunghi $CB$, oltre $B$, di un segmento $BE \cong AD$. Congiunto $D$ con $B$ ed $E$ con $A$ si prolunghi $DB$, oltre $B$, di un segmento $BG$ e si prolunghi $EA$, oltre $A$, di un segmento $AF \cong BG$.
Si dimostri che: $DF \cong EG$ e $FC \cong CG$.

**16.** Si prolunghi la base $AB$ di unt riangolo isoscele $ABC$ dalla parte di $A$ di un segmento $AD$ e dalla parte di $B$ di un segmento $BE \cong AD$. Si prolunghino poi i lati $AC$ e $CB$, dalla parte di $C$, rispettivamente di due segmenti congruenti $CH$ e $CK$. Congiunti $D$ con $K$ e $H$ con $E$ si dimostri che $DK \cong HE$.