ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"
Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R
Liceo delle Scienze Umane VAPM027011
Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)
www.liceocrespi.it-*Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lccrespi@tin.it*
C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D

CISQCERT
UNI EN ISO 9001: 2008
CertINT® 2010

Anno Scolastico 2010-2011 **Classe 1B** **prof.ssa Anna Ferrario**

Testi:
- Re Fraschini-Grazzi "Algebra 2" ed.Atlas
- Scovenna "Profili di matematica 1" Cedam
- Re Fraschini-Grazzi "Elementi di geometria" ed.Atlas

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- Per chi ha riportato la votazione
  - **6**: tutti gli esercizi (da pagina 1 a pagina 6)
  - **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
  - **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Lettura consigliata (un testo a scelta tra i primi due):
  - TEFKROS MICHAILIDIS "Delitti pitagorici" Sonzogno Editore
  - NETZ-NOEL "Il codice perduto di Archimede" Rizzoli
  - NICHOLAS FALLETTA "Il libro dei paradossi" Longanesi (i capitoli che possono interessare)
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2011-12

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
  - rivedere la teoria sul testo e gli esercizi svolti in classe
  - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati (da pagina 1 a pagina 6)
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- Lettura consigliata (un testo a scelta):
  - TEFKROS MICHAILIDIS "Delitti pitagorici" Sonzogno Editore
  - NETZ-NOEL "Il codice perduto di Archimede" Rizzoli
- Gli alunni CC e SL devono *prima* svolgere gli esercizi alle pagine 7 e 8
- **Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: lunedì 29 agosto**

ALGEBRA

Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado intere e fratte

29 $(2x-3)^2+2x-(3-4x)=x^2-6x+9$ $[S=\{\pm 1\}]$

30 $(5x-25)(x+2)=5x^2-15x+6-7(x^2-1)$ $[S=\{\pm 3\}]$

31 $100x^2+1+53x=20+(8x-3)(x+1)+(8x+3)^2$ $\left[S=\left\{\pm\frac{5}{14}\sqrt{7}\right\}\right]$

32 $\frac{x+1}{5}-\frac{1}{10}x=\frac{x^2+1}{15}-\frac{1}{30}$ $\left[S=\left\{-1,\ \frac{5}{2}\right\}\right]$

33 $\frac{(x+2)(x+6)}{8}=\frac{x^2+36}{2}-12$ $[S=\emptyset]$

48 $\frac{x^2-12}{x^2+2x-3}+\frac{x}{x+3}=-\frac{1}{x-1}$ $\left[S=\left\{\pm\frac{3}{2}\sqrt{2}\right\}\right]$

49 $\frac{x-2}{2}=\frac{x^2-2x+2}{x}-\frac{x+2}{2x}$ $[S=\{1,\ 2\}]$

50 $\frac{3x-1}{x^2-1}=\frac{1}{2}+\frac{2}{x+1}$ $[S=\{3\}]$

51 $\frac{1}{1+x}-\frac{1-x}{x}=\frac{1+2(x-1)}{x^2+x}$ $[S=\{1\}]$

Le equazioni di grado superiore al secondo

Risolvi le seguenti equazioni scomponendo in fattori e applicando la legge di annullamento del prodotto.

57 $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$ $[S = \{\pm 1\}]$

58 $2x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0$ $\left[S = \left\{-\frac{1}{2}, -2, -1\right\}\right]$

59 $2x^4 + 5x^3 - 5x - 2 = 0$ $\left[S = \left\{\pm 1, -\frac{1}{2}, -2\right\}\right]$

60 $2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$ $\left[S = \left\{2, -1, -\frac{1}{2}\right\}\right]$

Risolvi le seguenti equazioni binomie.

75 $x^3 - 125 = 0$ $2x^4 - 18 = 0$ $[S = \{5\};\ S = \{\pm\sqrt{3}\}]$

76 $3x^5 + 3 = 0$ $\frac{1}{2}x^4 - 8 = 0$ $[S = \{-1\};\ S = \{\pm 2\}]$

77 $16x^4 - 1 = 0$ $81x^4 + 1 = 0$ $\left[S = \left\{\pm\frac{1}{2}\right\};\ S = \varnothing\right]$

Risolvi le seguenti equazioni trinomie.

87 $x^6 - 10x^3 + 9 = 0$ $[S = \{1, \sqrt[3]{9}\}]$

88 $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ $[S = \{\pm 1, \pm 2\}]$

89 $3x^4 - 80x^2 + 125 = 0$ $\left[S = \left\{\pm 5, \pm\frac{\sqrt{15}}{3}\right\}\right]$

90 $x^6 - 4x^3 - 5 = 0$ $[S = \{\sqrt[3]{5}, -1\}]$

Risolvi le seguenti disequazioni utilizzando il grafico della parabola associata

271 $6(x-1) - 5(x^2 - 5x + 6) + 10 < 0$ $\left[x < 1 \vee x > \frac{26}{5}\right]$

272 $5x^2 - 23x + 12 > 0$ $\left[x < \frac{3}{5} \vee x > 4\right]$

273 $2x(x+4) + x(x-7) > 30$ $\left[x < -\frac{10}{3} \vee x > 3\right]$

274 $2x^2 < 3(9 - x)$ $\left[-\frac{9}{2} < x < 3\right]$

275 $(4x-1)^2 + (3x-2)^2 < 5(7 - 5x^2)$ $\left[-\frac{3}{5} < x < 1\right]$

308 $3x^3 - 5x^2 + 2x < 0$ $\left[x < 0 \vee \frac{2}{3} < x < 1\right]$

309 $(x+2)(3x^2 - 4x - 7) < 0$ $\left[x < -2 \vee -1 < x < \frac{7}{3}\right]$

310 $4x^3 - 4x^2 - 3x + 3 \leq 0$ $\left[x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee \frac{\sqrt{3}}{2} \leq x \leq 1\right]$

311 $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 > 0$ $\left[x > \frac{1}{2}\right]$

320 $2x^4 + 2x^2 - 40 < 0$ $[-2 < x < 2]$

321 $6x^4 - 5x^2 - 1 > 0$ $[x < -1 \vee x > 1]$

322 $4x^4 - 7x^2 - 15 \geq 0$ $[x \leq -\sqrt{3} \vee x \geq \sqrt{3}]$

323 $4x^4 + 3x^2 - 10 < 0$ $\left[-\frac{\sqrt{5}}{2} < x < \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$

344 $\dfrac{x^2+x-2}{x^2-x-2}-\dfrac{3x}{x^2-4}>\dfrac{x^2-x-2}{x^2+x-2}$ $\left[-\sqrt{5}<x<-2 \vee -1<x<0 \vee 1<x<2 \vee x>\sqrt{5}\right]$

345 $\dfrac{2}{x-4}<\dfrac{3}{5-x}-\dfrac{8}{x+2}$ $\left[x<-2 \vee 2<x<4 \vee \dfrac{58}{13}<x<5\right]$

355 $\begin{cases}(x-4)^2+2(x+3)<17\\6(x-2)-4(2x-1)+14>0\end{cases}$ $[1<x<3]$

356 $\begin{cases}x(x-1)>6(x-2)\\\dfrac{4}{3}x-\dfrac{x+1}{2}>x-2\end{cases}$ $[x<3 \vee 4<x<9]$

357 $\begin{cases}x^2(x^2+1)\geq 0\\x^2-7x+25>0\end{cases}$ $[S=R]$

358 $\begin{cases}\dfrac{1}{2}(x+1)\geq\dfrac{5}{x-2}\\(x-1)^3>0\end{cases}$ $[1<x<2 \vee x\geq 4]$

Risolvi i seguenti sistemi.

7 $\begin{cases}x^2+2y^2=41\\2x-y=2\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & 3 & -\frac{11}{9}\\ y & 4 & -\frac{40}{9}\end{bmatrix}$

8 $\begin{cases}x^2+y^2-3xy=11\\x+3y-5=0\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & -1 & \frac{74}{19}\\ y & 2 & \frac{7}{19}\end{bmatrix}$

9 $\begin{cases}x^2+y^2-4x-2y=0\\y=2x-3\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & 1 & 3\\ y & -1 & 3\end{bmatrix}$

10 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=x+y\\x-y-2=0\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & 4 & \frac{4}{3}\\ y & 2 & -\frac{2}{3}\end{bmatrix}$

11 $\begin{cases}2x+xy-3y=2\\x^2-xy=0\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & 0 & -1 & 2\\ y & -\frac{2}{3} & -1 & 2\end{bmatrix}$

12 $\begin{cases}\dfrac{x-y}{6}=\dfrac{x+y}{10}\\2x+8y=xy\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & 0 & 16\\ y & 0 & 4\end{bmatrix}$

13 $\begin{cases}x-y=-1\\\dfrac{x^2}{1-\frac{1}{2}}+\dfrac{y^2}{1+\frac{1}{2}}=x+y\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4}\\ y & \frac{3}{2} & \frac{3}{4}\end{bmatrix}$

14 $\begin{cases}x-y=0\\x^2+xy+y^2=0\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & 0 & 0\\ y & 0 & 0\end{bmatrix}$

15 $\begin{cases}x-y=0\\x^2+y+1=0\end{cases}$ [Impossibile]

16 $\begin{cases}3(x-2)=y\\x^2-4+\dfrac{xy}{3}=20\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & 4 & -3\\ y & 6 & -15\end{bmatrix}$

17 $\begin{cases}x^2-y^2=0\\x^2+y^2+xy=3\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & 1 & -1 & \sqrt{3} & -\sqrt{3}\\ y & 1 & -1 & -\sqrt{3} & \sqrt{3}\end{bmatrix}$

19 $\begin{cases}x^2+y^2-6x-12y+40=0\\x-2y+9=0\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & 1 & 5\\ y & 5 & 7\end{bmatrix}$

20 $\begin{cases}x^2+y^2=100\\2x+3y=12\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & -6 & \frac{126}{13}\\ y & 8 & -\frac{32}{13}\end{bmatrix}$

21 $\begin{cases}2(x+3)^2=3(y-2)^2+32\\x-y+1=0\end{cases}$ $\begin{bmatrix}x & 1 & 17\\ y & 2 & 18\end{bmatrix}$

Sistemi di tre equazioni (per allenarsi per la parabola)

219. $\begin{cases} x - \frac{y}{6} + \frac{z}{2} = 8 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 7 \end{cases}$ [3; 6; 12]

220. $\begin{cases} 2y - x = z + 1 \\ 4z - x = 2y - 4z \\ 2y - 3z = 5y - 3x \end{cases}$ [10; 7; 3]

230. $\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 2 \\ \frac{x - 2y}{2} + \frac{x + z}{3} + 1 = 0 \\ \frac{x + y + z}{2} + \frac{1}{2} = y \end{cases}$ [0; 1; 0]

231. $\begin{cases} (x - y)(x - 1) + z = x(x - y) - 6 \\ \frac{x + z}{3} - y = 4 \\ (z + 1)^2 - z(z + 2) + y + x = 1 \end{cases}$ [3; −3; 0]

Risolvi in R le seguenti equazioni irrazionali con il metodo che ritieni più opportuno.

392 $\sqrt{25x^2 + 1} = 5x + 3$ $\left[S = \left\{-\frac{4}{15}\right\}\right]$

393 $\sqrt{x^2 + 5x + 6} = \frac{1}{2}x + 1$ $[S = \{-2\}]$

394 $\sqrt{x^2 + 3x + 4} = x + 1$ $[S = \varnothing]$

404 $\sqrt{9x^2 + 16} + 3x = \frac{8}{x}$ $[S = \{1\}]$

405 $2\sqrt{x + 2} + \frac{1}{2}x = 14 - 6\sqrt{x + 2} + \frac{3}{2}x$ $[S = \{34, 2\}]$

406 $4 \cdot \sqrt[3]{\frac{8x^2}{x^2 + 2x + 1}} = \frac{6x}{x + 1}$ $\left[S = \left\{0, -\frac{64}{37}\right\}\right]$

$\sqrt[3]{2x^3 - (x + 1)^3 + 1} = x$ $[S = \{-1, 0\}]$

$\sqrt{1 + 2x} - \sqrt{3x + 1} = \sqrt{x}$ $[S = \{0\}]$

Risolvi le seguenti equazioni in modulo

525 $|x^2 - 1| - 3x = 3$ $[S = \{-1, 4\}]$

526 $x^2 - 6|x| + 5 = 0$ $[S = \{-5, -1, 1, 5\}]$

527 $1 + x - x^2 - |5x^2 - 2| = 0$ $\left[S = \left\{\frac{1 + \sqrt{73}}{12}, \frac{\sqrt{17} - 1}{8}\right\}\right]$

528 $x^2 - 2|x + 1| = 2x$ $[S = \{2 \pm \sqrt{6}\}]$

535 $|x^2 - 4x| = 5$ $[S = \{-1, 5\}]$

536 $1 + |2x^2 - x + 1| = 3$ $\left[S = \left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}\right]$

537 $3 - |4x^2 - 9| = 0$ $\left[S = \left\{\pm\sqrt{3}, \pm\frac{\sqrt{6}}{2}\right\}\right]$

538 $|4x^2 - 3x + 1| + 2 = 0$ $[S = \varnothing]$

543 $2x + 3 - |x + 1| = |3x + 1|$ $\left[S = \left\{-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right\}\right]$

544 $\left|\frac{x + 1}{3}\right| - 2|x - 1| = \frac{x + 1}{6}$ $\left[S = \left\{\frac{13}{11}, \frac{11}{13}\right\}\right]$

545 $|x| + |x^2 - 1| = 2x + 1$ $[S = \{(0, 2)\}]$

546 $|x^2 - 5x + 6| + |x - 2| + x^2 = 0$ $[S = \varnothing]$

Risolvi le seguenti disequazioni in modulo

562 $|5x-6|<14$ $\left[-\frac{8}{5}<x<4\right]$

563 $\left|\frac{3}{2}x-x+1\right|<\frac{1}{2}$ $[-3<x<-1]$

564 $|5+x-3x^2|<0$ $[S=\varnothing]$

565 $|3x^2-2x+1|>9$ $\left[x<-\frac{4}{3}\ \vee\ x>2\right]$

566 $|4x-3x^2|>7$ $\left[x<-1\ \vee\ x>\frac{7}{3}\right]$

567 $|x^2-9x+15|>1$ $\left[x<2\ \vee\ \frac{9-\sqrt{17}}{2}<x<\frac{9+\sqrt{17}}{2}\ \vee\ x>7\right]$

583 $|x-1|+2\cdot|4+x^2+5x|<6x^2-x$ $\left[x<\frac{5-\sqrt{61}}{4}\ \vee\ x>\frac{7}{2}\right]$

584 $\frac{1}{2}|2x+3|-|x^2-4|>\frac{3x+1}{2}$ $\left[\frac{-5-\sqrt{57}}{4}<x<-\frac{3}{2}\right]$

585 $|3x^2-x|\geq|4x+2|$ $\left[x\leq-\frac{1}{3}\ \vee\ x\geq 2\right]$

586 $\left|\frac{x-1}{2}\right|+5x\geq\frac{|x|-x^2}{2}$ $[x\leq-5-2\sqrt{6}\ \vee\ x\geq-5+2\sqrt{6}]$

580 $|3x+2|>x-5$ $[S=R]$

GEOMETRIA ANALITICA

59 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $A(-2,\,0)$ e parallela a quella di equazione $2x-4y+7=0$. $[x-2y+2=0]$

60 Scrivi l'equazione della retta avente ordinata all'origine 3 e parallela alla retta di equazione $5x-4y+6=0$. $\left[y=\frac{5}{4}x+3\right]$

61 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P(-4,\,3)$ e parallela alla retta passante per i punti $A(2,\,0)$ e $B(-1,\,1)$. $[x+3y-5=0]$

69 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P(-2,\,3)$ e perpendicolare alla retta passante per i punti $A(1,\,-1)$ e $B(-5,\,3)$. $[3x-2y+12=0]$

70 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P\left(3,\,-\frac{11}{2}\right)$ e perpendicolare alla retta di equazione $2x+\sqrt{3}=0$. $[2y+11=0]$

71 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P\left(-3,\,\frac{1}{2}\right)$ e perpendicolare alla retta passante per i punti $A(2,\,-5)$ e $B(2,\,-1)$. $[2y-1=0]$

72 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P(4,\,-1)$ e perpendicolare alla retta passante per i punti $A(7,\,-2)$ e $B(9,\,-2)$. $[x-4=0]$

89 Scrivi l'equazione della retta r che passa per i punti $P\left(\frac{1}{3},\,-2\right)$ e $Q(2,\,3)$ e quella della retta s che passa per Q ed è perpendicolare alla retta $6x-2y+1=0$. Indicata con A l'intersezione di r con l'asse x e con B l'ordinata all'origine di s, determina area e perimetro del triangolo ABQ.

$\left[r: y=3x-3;\ s: x+3y-11=0;\ \text{area}=\frac{10}{3};\ 2p=\frac{\sqrt{10}}{3}\left(5+\sqrt{13}\right)\right]$

90 Un triangolo ha i vertici nei punti $A(5,\,-2)$, $B(-1,\,-2)$, $C(4,\,1)$. Determina l'equazione della retta dell'altezza relativa alla base AB. $[x-4=0]$

91 Determina le equazioni delle mediane del triangolo di vertici $A(2,\,-1)$ $B(3,\,3)$ $C\left(-\frac{3}{2},\,0\right)$.

$[8y-2x-3=0;\ 14x-11y-9=0;\ 2x+y-3=0]$

92 Determina le equazioni dei lati del triangolo di vertici $A(0,\,1)$ $B(3,\,2)$ $C\left(\frac{3}{2},\,\frac{8}{3}\right)$ e dell'altezza relativa al lato AB.

$[x-3y+3=0;\ 4x+9y-30=0;\ 10x-9y+9=0;\ 6y+18x-43=0]$

211 I punti $A(4, 5)$ $B(1, 1)$, $C\left(7, -\frac{1}{2}\right)$ sono tre vertici consecutivi di un parallelogramma $ABCD$. Calcola le coordinate del quarto vertice D e l'area del parallelogramma. $\left[D\left(10, \frac{7}{2}\right), \text{area} = \frac{57}{2}\right]$

212 Calcola le coordinate dei vertici del quadrilatero individuato dalle rette di equazioni $3x + y - 4 = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x + y - 24 = 0$, $x - y = 0$. Di che quadrilatero si tratta? Scrivi le equazioni delle diagonali del quadrilatero, calcola le coordinate del loro punto d'incontro e verifica infine che tali diagonali si bisecano. $[A(1, 1), B(2, -2), C(7, 3), D(6, 6); AC : x - 3y + 2 = 0; BD : 2x - y - 6 = 0; E(4, 2)]$

Determinare l'equazione della parabola di vertice V(–2;0) e passante per P(0;4). [$y = x^2 + 4x + 4$]
Determinare l'equazione della parabola avente per asse di simmetria la retta x=1 e passante per (0;1) e (-1;4). [$y = x^2 - 2x + 1$]
Scrivere l'equazione della parabola avente il vertice nel punto (1;0) e il fuoco nel punto (1;14) [$y=x^2-2x+1$]
Scrivere l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y, passante per i punti (0;-2), (3;-2), (-1;-6). [$y=-x^2+3x-2$]

Per chi vuole divertirsi un po'

Problemi del passato

275 Problemi egizi (1850 a.C.)

a) L'area di un rettangolo è 12. La sua larghezza è $\frac{3}{4}$ della lunghezza. Quali sono le dimensioni?

b) Un lato di un triangolo rettangolo è due volte e mezzo l'altro lato. L'area misura 20. Quanto misurano i lati?

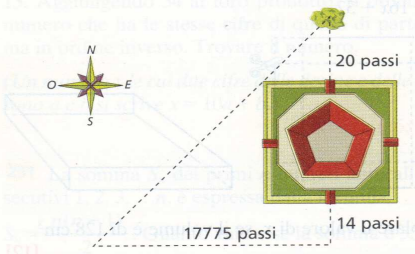
[a: 3; 4; b: 10, 4]

276 Un problema babilonese (1800 a.C.)

Un'area di 1000 m^2 è composta di due quadrati. Il lato di un quadrato misura 10 m di meno dei $\frac{2}{3}$ del lato dell'altro quadrato.
Quanto misurano i lati dei due quadrati? [10; 30]

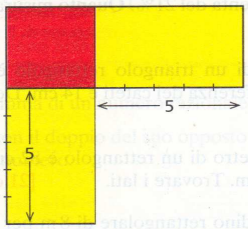
277 Problema cinese

Una fortezza di dimensioni non note ha forma cubica e una porta al centro di ogni lato. Un albero si trova a 20 passi dalla porta nord, all'esterno della fortezza. È visibile da un punto che si raggiunge, partendo dalla porta sud, facendo 14 passi verso Sud e poi 17 775 passi verso Ovest. Quanto misura il lato della fortezza?



278 Un problema di Al−Khuwarizmi

Un quadrato ha due rettangoli, ciascuno lungo 5 unità, costruiti su due lati. Se l'area totale è di 64 unità quadrate, quanto è il lato del quadrato?



(*Si tratta di un problema di più di* 1000 *anni fa. Non sapendo risolvere un'equazione di II grado, veniva risolto con una costruzione geometrica.*) [3]

279 Un problema di Diofanto (250 a.C.)

Si cercano due numeri che danno per somma 20 e prodotto 96. Trovare i due numeri.

(*Il metodo suggerito da Diofanto è di indicare il più grande dei due numeri con* $10 + n$ *e il minore con* $10 - n$…) [12; 8]

280 Problema assiro (300 a.C.)

Base e altezza di un rettangolo misurano insieme 14. L'area misura 48. Quali sono le misure della base e dell'altezza? [8; 6]

281 Problema indù del IX secolo

Un quarto di un branco di cammelli è stato avvistato nella foresta. Due volte la radice quadrata del branco si è arrampicata sui pendii di una montagna. E tre volte cinque cammelli sono rimasti sulla riva del fiume. Quanti sono i cammelli del branco? [36]

Sistemi di equazioni di primo grado

Risolvi i seguenti sistemi di 1° grado scegliendo il metodo che ritieni più opportuno (alterna i diversi metodi):

64. $\begin{cases} (x+2)(5-y)+2 = x(1-y) \\ 2(x-3y)-3(x+y)+16 = 0 \end{cases}$ [–2; 2]

65. $\begin{cases} \dfrac{x+2y-3}{2} - \dfrac{2x-y+1}{3} = 1 \\ (x+3)^2 - x(x+1) - 2(y+5) = 1 \end{cases}$ $\left[\dfrac{25}{19}; \dfrac{87}{38}\right]$

66. $\begin{cases} (3x-1)^2 + 4x + 5 = (3x-1)(3x+1) + y \\ \dfrac{y-x+1}{2} = \dfrac{x+y}{5} \end{cases}$ [2; 3]

67. $\begin{cases} (x-2)(x+2) - (x+1)^2 - y = -3 \\ \dfrac{2x-y}{3} - \dfrac{x+2y}{2} = \dfrac{8}{3} \end{cases}$ [0; –2]

68. $\begin{cases} \dfrac{3x-4y}{2} + \dfrac{y-2x}{4} = -\dfrac{25}{4} \\ \dfrac{x-y}{\frac{1}{2}} - \dfrac{2x+y}{1-\frac{3}{2}} = x-5 \end{cases}$ [–1; 3]

Equazioni fratte riconducibili a secondo grado (risolvi dopo aver individuato le condizioni di esistenza)

181 $x - \dfrac{1}{x} = 2$ $\quad 2 - \dfrac{3}{x+10} = -\dfrac{x+4}{8}$ $\quad \left[S = \{1 \pm \sqrt{2}\};\ S = \{-22, -8\}\right]$

182 $\dfrac{4}{3-2x} = 8 + \dfrac{5x-1}{x+1}$ $\quad \dfrac{13+3x}{3(3x+1)} = \dfrac{(3x+1)}{6}$ $\quad \left[S = \left\{-\dfrac{1}{2}, \dfrac{17}{13}\right\};\ S = \left\{\pm\dfrac{5}{3}\right\}\right]$

183 $\dfrac{3x}{x^2-4} = \dfrac{4x}{x-2} + \dfrac{6x}{x+2}$ $\quad \dfrac{7-x}{x-5} = \dfrac{13}{6} - \dfrac{x-5}{7-x}$ $\quad \left[S = \left\{0, \dfrac{7}{10}\right\};\ S = \left\{\dfrac{29}{5}, \dfrac{31}{5}\right\}\right]$

184 $\dfrac{8}{x^2} + 4 = \dfrac{x-x^2}{2x^2} - \dfrac{25}{2x}$ $\quad \dfrac{6}{x+1} - \dfrac{1}{x-1} = \dfrac{2}{x}$ $\quad \left[S = \left\{-\dfrac{4}{3}\right\};\ S = \left\{\dfrac{1}{3}, 2\right\}\right]$

185 $\dfrac{x-4}{x^2-9} - 1 + \dfrac{1}{3-x} = 0$ $\quad [S = \{\pm\sqrt{2}\}]$

186 $\dfrac{x}{x-2} - \dfrac{6}{x^2-x-2} = \dfrac{5}{x+1}$ $\quad [S = \varnothing]$

Problemi algebrico-geometrici

14. In un triangolo rettangolo la metà dell'ampiezza di un angolo acuto supera di 30° l'altro angolo acuto. Determinare i due angoli acuti.
[80°; 10°]

19. In un trapezio due angoli opposti sono uno il doppio dell'altro. Sapendo che la somma di 1/8 del minore con 1/2 del maggiore è un angolo retto, determinare i quattro angoli del trapezio.
[20°, 80°, 100°, 160°]

24. Due angoli consecutivi di un parallelogrammo differiscono di 126°. Trovare gli angoli del parallelogrammo.
[153°, 27°]

27. L'altezza di un rettangolo è i 3/4 della base. Sapendo che la misura del perimetro del rettangolo è 84, determinare le dimensioni.
[18; 24]

36. Il rapporto tra i cateti di un triangolo rettangolo è 3/4 e la loro somma misura 28. Calcolare perimetro e area del triangolo.
[48; 96]

Radicali

Eseguire i calcoli usando i teoremi sui radicali.

293 $\sqrt[6]{8} - 5\sqrt[10]{32} + 13\sqrt[4]{4} + 8\sqrt[8]{16}$ $[13 + 4\sqrt{2}]$

294 $[(\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}+1) - (\sqrt{6}-1)]^2 + 3(\sqrt{6}+1)$ $[8 + \sqrt{6}]$

295 $(4\sqrt{8} - 2\sqrt{72} + 5\sqrt{18})\sqrt{2}$ $[22]$

296 $\sqrt[3]{2}\,(3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{32})$ $[10]$

297 $\dfrac{\sqrt[3]{11}\cdot\sqrt[4]{11^3}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{11}\cdot\sqrt[3]{5^2}}$ $\left[\dfrac{\sqrt[12]{11^7}}{\sqrt[6]{5}}\right]$

298 $(2\sqrt[3]{3}+1)\,(4\sqrt[3]{9}+1-2\sqrt[3]{3})$ $[25]$

299 $(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{6})(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{36})$ $[-4]$

300 $\left(\sqrt{2\sqrt[3]{8}} : \sqrt[4]{16\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt[8]{2}}\right)^2 - \dfrac{2}{\sqrt[4]{2}}$ $[\sqrt[4]{2^3}]$

301 **VERO O FALSO?**

a) $\sqrt{3}\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{12}$ V F

b) Per moltiplicare due radicali di indice diverso prima li si porta allo stesso indice. V F

c) $\sqrt[3]{4}\sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{4^4\,5^3}$ V F

Eseguire le operazioni.

302 $\sqrt{4ab}\cdot\sqrt[5]{a^3b^3}\cdot\sqrt[4]{16a^2b^2}$ $[8\sqrt[5]{a^8b^8}]$

303 $\sqrt[8]{x^2y^3}\cdot\sqrt{5x^2y}\cdot\sqrt{8x^3y}$ $[2\sqrt{10}\,\sqrt[8]{x^{22}y^{11}}]$

304 $\sqrt[3]{a^2b}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{a}}\cdot\sqrt{a}$ $[a\sqrt[3]{ab}]$

305 $\sqrt{4x^2}\cdot\sqrt[6]{8x^2y^2}\cdot\sqrt[5]{2xy^3}$ $[2x\sqrt[30]{2^{21}x^{16}y^{28}}]$

306 $2\sqrt{9x} - 3\sqrt{16x} + 5\sqrt[4]{81x^2} + \sqrt[6]{64x^3}$ $[11\sqrt{x}]$

308 $\dfrac{1}{a+\sqrt{b}} + \dfrac{1}{a-\sqrt{b}} - \dfrac{a}{a^2-b}$ $\left[\dfrac{a}{a^2-b}\right]$

309 $\sqrt[4]{\dfrac{x}{y}}\cdot\sqrt{\dfrac{y^3}{x^3}}\cdot\sqrt[8]{\dfrac{x^4}{y^4}}$ $\left[\sqrt[4]{\dfrac{y^3}{x^3}}\right]$

310 $\sqrt{\dfrac{ab}{a+b}}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{(a+b)^2}{2a^2b}}$ $\left[\sqrt[6]{\dfrac{b(a+b)}{4a}}\right]$

311 $\sqrt{\dfrac{x^2y^3}{z}} : \sqrt[6]{\dfrac{z^2}{x^3}}$ $\left[xy\sqrt[6]{\dfrac{x^3y^3}{z^5}}\right]$

312 $\sqrt[4]{\dfrac{3xy}{x-y}}\cdot\sqrt[6]{\dfrac{x^2-2xy+y^2}{9x^2y^3}}$ $\left[\sqrt[12]{\dfrac{x-y}{3xy^3}}\right]$

313 $\sqrt{x(x+y)^3}\cdot\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[4]{x^5(x+y)}$ $[x^2(x+y)\sqrt[12]{x(x+y)^9}]$

314 $\dfrac{1}{2}\sqrt{a\sqrt{a}} + 2\sqrt{\sqrt{a^3}} - 3\sqrt[3]{a^2\sqrt[4]{a}} - \sqrt[4]{a^3}$ $\left[-\dfrac{3}{2}\sqrt[4]{a^3}\right]$

315 $\left(\sqrt[3]{\dfrac{a^2-b^2}{a^2+ab}}\right)\cdot\sqrt[5]{a(a^2-2ab+b^2)}$ $\left[\sqrt[15]{\dfrac{(a-b)^{11}}{a^2}}\right]$

316 $\sqrt[4]{\dfrac{x-y}{x^2+2xy+y^2}}\cdot\sqrt{\dfrac{x+y}{x^2-xy}} : \sqrt[3]{\dfrac{x^2-y^2}{2xy}}$ $\left[\sqrt[12]{\dfrac{16y^4}{x^2(x-y)^7(x+y)^4}}\right]$

317 $\sqrt[3]{\dfrac{a-3}{a+2}} : \sqrt{\dfrac{a^2-9}{a+2}}$ $\left[\sqrt[6]{\dfrac{a+2}{(a-3)(a+3)^3}}\right]$

318 $\sqrt[3]{\dfrac{x^2z^2}{4y^4}}\cdot\sqrt[6]{\dfrac{8x^4y^7}{z}}$ $\left[x\sqrt[6]{\dfrac{x^2z^3}{2y}}\right]$

319 $\dfrac{\sqrt{2x\sqrt{y}}}{\sqrt[3]{3x^2\sqrt{y}}}\cdot\sqrt{\dfrac{x}{y}}\sqrt{\dfrac{3y}{x}}$ $\left[\sqrt[12]{\dfrac{64}{27}}xy\right]$

L' insegnante

Gli alunni