



ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"

Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R

Liceo delle Scienze Umane VAPM027011

Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)

www.liceocrespi.it - Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lcrespi@tin.it

C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D



CertINT® 2010

Classe 1BC – prof.ssa Anna Ferrario

Testi

- Re Fraschini-Grazzi "Strutture della matematica - Algebra 1" ed. Atlas
- Re Fraschini-Grazzi "Xquadro - geometria" ed. Atlas

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
 - o **6**: tutti gli esercizi
 - o **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
 - o **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Lettura consigliata (un libro a scelta):
 - o ANNA CERASOLI "La sorpresa dei numeri" Sperling & Kupfer Editori
 - o MALBA TAHAN "L'uomo che sapeva contare" Salani ed
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2011-12

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
 - o rivedere la teoria sul testo e gli esercizi svolti in classe
 - o eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- Lettura consigliata (un libro a scelta):
 - o ANNA CERASOLI "La sorpresa dei numeri" Sperling & Kupfer Editori
 - o MALBA TAHAN "L'uomo che sapeva contare" Salani ed

Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: lunedì 29 agosto

INSIEMI

Rappresenta per elencazione e mediante la loro proprietà caratteristica i seguenti insiemi:

- numeri interi compresi fra -2 e 5 o ad essi uguali
- lettere della parola *insieme*
- divisori di 30

Dati gli insiemi $A = \{x \in N \mid x < 11 \text{ e } x \text{ è pari}\}$, $B = \{x \in N \mid 7 < x < 13\}$, $C = \{x \in N \mid x \text{ è divisore di } 12\}$ calcola:

a. $(A \cup B)$

b. $A \cap B$

c. $(A \cap C) \cap B$

d. $(B \cap C) \cup A$

[a. $\{0, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$; b. $\{8, 10\}$; c. $\emptyset$; d. $\{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$]

Dati i seguenti insiemi $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 22\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è multiplo di } 5\}$, calcola:

- a. $A \cup B$ b. $A \cap B$ c. $(A \cap B) \cap C$
 [a. $\mathbb{N}$; b. $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 22\}$; c. $\{5, 10, 15, 20\}$]

Dati gli insiemi $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 5, 10, 15\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ calcola:

- a. $A \cap B \cap C$ b. $(A \cap B) \cup C$ c. $(B - A) \cap C$ [a. $\emptyset$; b. $\{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10\}$; c. $\{10\}$]

Dato l'insieme $A = \{3, 5, 8, 11, 14\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x \text{ è pari}\}$, trova il complementare di B rispetto ad A .
 [3, 5, 11]

Dato l'insieme $A = \{2, 6, 7, 10, 13\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x \text{ è primo}\}$, trova il complementare di B rispetto ad A .
 [6, 10]

Dato l'insieme $A = \{3, 5, 6, 8, 9\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x \text{ è multiplo di } 3\}$, trova il complementare di B rispetto ad A .
 [5, 8]

Dati i due insiemi $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ costruisci $A \times B$ e rappresenta i suoi elementi in tutti i modi che conosci.
 [1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)]

Dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 15 - 3n, n \in \mathbb{N}\}$, stabilisci quali fra le seguenti relazioni sono vere:

- a. $-12 \in A$ b. $\{6\} \in A$ c. $\emptyset \subset A$
 d. $\{0, 6\} \subset A$ e. $A \subset \{\text{multipli di } 3 \text{ positivi e negativi}\}$

[a., d., e.]

Stabilisci se sono vere o false le seguenti relazioni:

- a. $\{1, 0\} = \{0, 1\}$
 b. $\{(2, 3)\} = \{2\} \times \{3\}$
 c. $\{(2, 3), (3, 2)\} = \{2\} \times \{3\}$
 d. $\{1, 7\} = (1, 7)$
 e. $0 \in \emptyset$



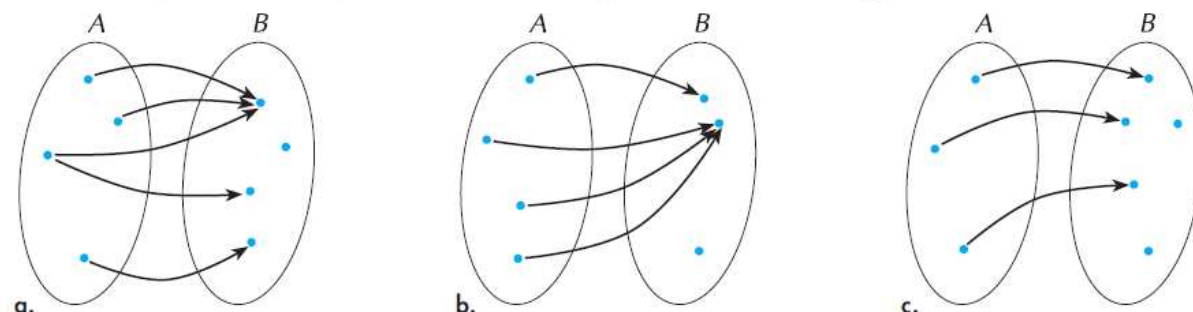
[V, V, F, F, F]

RELAZIONI E FUNZIONI

Dati $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 6 \leq x \leq 15\}$ e $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y \leq 5\}$ rappresenta le coppie della relazione $\mathcal{R}$ definita dall'enunciato aperto $p(x, y) : \langle x = 3y \rangle$ con $x \in A$ e $y \in B$ mediante elencazione, rappresentazione cartesiana, rappresentazione sagittale.
 [(6, 2), (9, 3), (12, 4), (15, 5)]

Dati $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ e $B = \{2, 4, 5, 6, 10\}$ rappresenta con un diagramma cartesiano la relazione $\mathcal{R}$ definita da $p(x, y) : \langle y = 2x \rangle$ con $x \in A$ e $y \in B$. Quali sono il dominio e il codominio della relazione?
 [D = {1, 2, 3, 5}; C = {2, 4, 6, 10}]

Individua quali fra le seguenti relazioni fra gli insiemi A e B rappresentano delle funzioni:



[b., c.]

Considerato l'insieme A come dominio, determina il codominio della funzione f assegnata in ciascuno dei seguenti casi:

a. $A = \{3, 9, 15, 27\}$ $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$ [$\{2, 4, 6, 10\}$]

b. $A = \{2, 3, 5, 7\}$ $f(x) = x^2 - 2$ [$\{2, 7, 23, 47\}$]

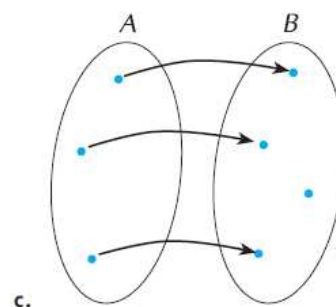
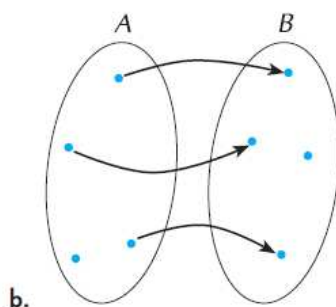
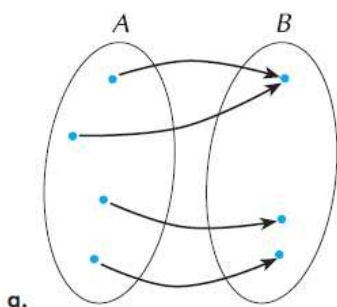
c. $A = \{0, 1, 5, 9\}$ $f(x) = 3x - 2$ [$\{-2, 1, 13, 25\}$]

E' data la funzione $f(x) = x^2 + 1$ il cui codominio è $\{2, 5, 10\}$. Quali fra gli insiemi che seguono potrebbe essere il dominio della funzione?

$A = \{1, 2\}$ $B = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$ $C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ $D = \{-3, -2, -1\}$

[B, D]

Individua quali, fra le relazioni che seguono, rappresentano delle funzioni; stabilisci poi se si tratta di funzioni suriettive, iniettive, biettive:



[a. funzione suriettiva; b. non è una funzione; c. funzione iniettiva]

PROPORZIONALITA'

Quale tabella rappresenta grandezze direttamente proporzionali?

A

x	y
1	4
4	8
8	12

B

x	y
1	4
2	2
4	1

C

x	y
2	5
3	7
4	9

D

x	y
0,5	1,5
1	3
1,5	4,5

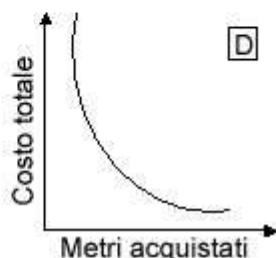
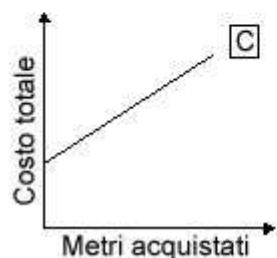
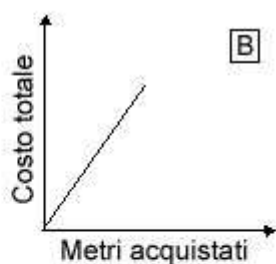
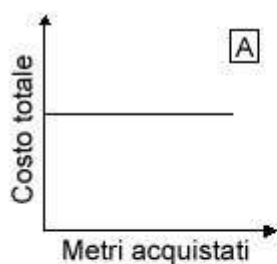
D ☐

A ☐

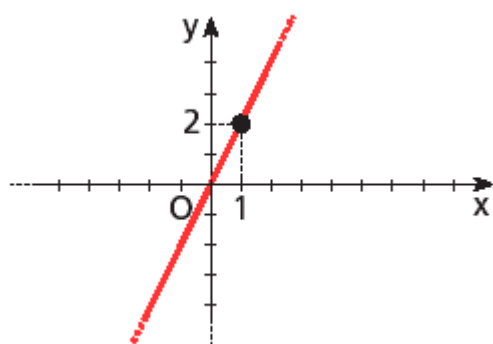
B ☐

C ☐

Un sarto deve acquistare una stoffa che costa 10 euro al metro. Quali di questi grafici rappresenta la relazione tra la quantità di metri acquistati e il costo totale?



Qual è l'equazione della retta rappresentata nel piano cartesiano?



$y = 2x$ ☐

$y = 2x + 1$ ☐

$y = x/2 + 2$ ☐

$y = x/2$ ☐

INSIEMI N Z Q

Utilizzare ovunque è possibile le proprietà delle potenze

$$\left[2^3 \cdot (2^3)^2 \right]^2 : \left\{ \left[(4^2)^0 \right]^5 \cdot 16^4 \cdot 2^2 \right\} \quad [2]$$

$$\left[(4^2)^3 \right]^3 : \left[(2^{12})^2 \cdot 4^4 \right] + \left[3^{12} : (3^6)^2 \right]^{12} \quad [17]$$

$$\left\{ \left[(4^2)^3 : 2 \right]^3 : \left[(2^{12})^2 \cdot 4^4 \right] + 1 \right\} : \left\{ \left[(3^3)^3 \right]^2 : 3^{17} \right\} \quad [1]$$

$$\left[\left(\frac{1}{6} \right)^4 : 6 \right]^2 : \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^8 \cdot \left[\left(\frac{1}{3} \right)^2 \right]^4 \right\} \quad \left[\frac{1}{36} \right]$$

$$\left\{ \frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left[(3^4)^2 : (-3)^3\right] \right\} : \left[(2^3)^2 : 2^4\right] \quad \left[\frac{1}{3}\right]$$

$$(5^2 - 2^4) \cdot 3^4 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^2}\right)^2 + \left(\frac{3+3^2}{2} \cdot \frac{2^4}{6}\right)^2 : (2^2)^3 \quad [5]$$

$$\left\{ (7^3)^3 : \left[25 \cdot 5^{-1} + 8^5 : (2^{-2})^{-7}\right]^8 + 3 \right\}^2 - 2^{-4} \cdot (6^3)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \quad [64]$$

$$\left\{ \left(4^{12} \cdot \frac{1}{4}\right)^{-1} \cdot \left[(2^3)^5\right]^2 : 2^4 \right\} \cdot \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left[(2^3)^2 : 2^6 + 8^0\right]^{-1} \right\} \quad [2]$$

$$(0,25)^2 + \left[\frac{4}{16^3} \cdot (-2)^5 \cdot (0,2)^4 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{-4}\right]^4 + 0,625 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot (-2)^{-3} \cdot \frac{8^2}{3} \cdot \frac{3}{2} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\left\{ \left[0,6^2 \cdot 3^{-1} : \left(\frac{1}{5}\right) + 0,2\right]^3 : 0,25^{-3} + \frac{3}{125} \right\} \cdot \left[(5^2)^3 : 5^5\right]^2 \quad \left[\frac{4}{5}\right]$$

PRODOTTI NOTEVOLI

$$(2a-b)^3 - \left[(a-2b)(a^2+2ab+4b^2) + (2a-b)^2(a+b)\right] - 3\left[b(b-2a)^2 + (a+b)(a^2-ab+b^2)\right] \quad [21ab^2 - 24a^2b]$$

$$\left[\left(x-2y+\frac{1}{2}\right)\left(x+2y+\frac{1}{2}\right) - \left(x-\frac{1}{2}\right)^2\right]^2 - 3(x-2y)^2 \quad [x^2 + 4y^4 - 4xy^2]$$

$$(2a+3b-1)(2a-3b+1) - 2\left[(a-2)(a+2) + (b-2)^2\right] + (3b+2)^2 - 2(a-b)(a+b) \quad [26b+3]$$

$$(x^3+2x^2-1)(x^3+2x^2+1) - x^4(x+2)^2 \quad [-1]$$

$$\left[(x-y)(x+y)(x^2+y^2)\right]^3 + (x^6+y^6)^2 - 3x^4y^4(y^2+x^2)(y+x)(y-x) \quad [2x^{12} + 2x^6y^6]$$

$$(x+y)^3 - (x+1)^3 - (3xy(x+y) - 3x(x+1) - y(1-y)(y+1)) \quad [y-1]$$

$$\left(x^2 - \frac{3}{2}\right)^3 - 2x^2(x^2+x-1)^2 - x^3(3x^2-6x+4) + \left(x^2 + \frac{3}{2}\right)^3 \quad \left[\frac{23}{2}x^2 + 8x^4 - 7x^5\right]$$

$$\left[(x-2)(x+2)(x^2+4)\right]^2 - \left[(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)\right]^2 - 20(3-4x^4)(3+4x^4) \quad [65x^8 + 75]$$

SCOMPOSIZIONI

Dopo aver scomposto i seguenti polinomi, determinare M.C.D. e m.c.m.:

$$a^3 - a; \quad a^2; \quad a^5 - a^3 \quad [M.C.D. = a; \quad m.c.m. = a^3(a+1)(a+1)]$$

$$x; \quad x-1; \quad x+1 \quad [M.C.D. = 1; \quad m.c.m. = x(x-1)(x+1)]$$

$$a+2; \quad a+6; \quad a+3 \quad [M.C.D. = 1; \quad m.c.m. = (a+2)(a+3)(a+6)]$$

$$x^2 - 1; \quad x^3 - x^2; \quad x^3 - x \quad [M.C.D. = x-1; \quad m.c.m. = x^2(x-1)(x+1)]$$

$$a^2 + 2a; \quad 2a + 4; \quad 4a - 2a^2 \quad [M.C.D. = 1; \quad m.c.m. = 2a(a+2)(a-2)]$$

$$x^2 - 9; \quad x^2 - 6x + 9; \quad x^2 - 3x \quad [M.C.D. = x-3; \quad m.c.m. = x(x+3)(x-3)^2]$$

$$4a^2 - 1; \quad 12a + 6; \quad 2a^2 + a - 1 \quad [M.C.D. = 1; \quad m.c.m. = 6(2a-1)(2a+1)(a+1)]$$

$$x^3 + 2x^2 + x; \quad x^4 - x^2; \quad x^4 - 1 \quad [M.C.D. = x+1; \quad m.c.m. = x^2(x+1)^2(x-1)(x^2+1)]$$

$$2ax - 4ay - 2bx + 4by; \quad 2ax + ay - 2bx - by; \quad 2x^2 - 3xy + 2y^2 \quad [M.C.D. = 1; \quad m.c.m. = 2(a-b)(x-2y)(2x+y)]$$

$$a^2 + a - 2; \quad a^2 + 2a - 3; \quad a^2 - 6a + 5 \quad [M.C.D. = a-1; \quad m.c.m. = (a+2)(a-1)(a+3)(a-5)]$$

FRAZIONI ALGEBRICHE

Semplificare le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{ax^2 + axy - x - y}{ax^2 - x} \quad \frac{a+b-bx-ax}{a(1-x)-b(1-x)} \quad \left[\frac{x+y}{x}; \frac{a+b}{a-b} \right]$$

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} \quad \frac{ax^5 + ax^3 + 2ax^2}{a^2x^3 + a^2x^2} \quad \left[\frac{x+2}{x-2}; \frac{x^2-x+2}{a} \right]$$

$$\frac{2x(x^2y - y^2)}{4xy^2 - xy^3} \quad \frac{x^4y - xy^2}{ax^3 - ay} \quad \left[\frac{2y-2x^2}{y^2-4y}; \frac{xy}{a} \right]$$

$$\frac{2xyz}{2xy - 4x^2z^2} \quad \frac{b^2 - 2b^2x + b^2x^2}{abx^2 - ab} \quad \left[\frac{zy}{y-2xz^2}; \frac{bx-b}{a+ax} \right]$$

$$\frac{4x^2 - 8xy + 4y^2}{3x^2y - 3xy^2} \quad \frac{x(3x+1) + 3xy - 6x + y - 2}{6x^2 + 5x + 1} \quad \left[\frac{4(x-y)}{3xy}; \frac{x+y-2}{2x+1} \right]$$

Risolvere le seguenti espressioni:

$$\frac{3-a}{a^2-2a-3} \left(\frac{a^2-2a}{a-3} + \frac{3}{3-a} \right) \quad [-1]$$

$$\frac{1-4x^2}{4x+18} \left(\frac{4}{2x+1} - \frac{5}{2x-1} \right) \quad \left[\frac{1}{2} \right]$$

$$\left(\frac{3a}{a^2-4a+3} + \frac{4}{1-a} \right) \left(\frac{a-6}{12-a} + \frac{1}{3} \right) \quad \left[\frac{2}{3(a-1)} \right]$$

$$\left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a^2-1} \right) \cdot \left(\frac{1+a}{1-a} - \frac{1-a}{a+1} \right) \cdot \left(a-2 + \frac{1}{a} \right) \quad \left[-\frac{4a}{(a+1)^2} \right]$$

$$\frac{1}{y-4} \left(\frac{1}{y-4} + \frac{y}{4-y^2} \right) \left(-\frac{2-y}{4} + \frac{5-2y}{y+2} \right) \left(y+4 + \frac{4}{y} \right) \quad \left[\frac{y-1}{y^2-2y} \right]$$

$$\left(\frac{ax^2y}{2(ax-xb+a-b)} : \frac{2y}{4x^2-4} \right) \cdot \frac{a^2-2ab+b^2}{x^3-x^2} \quad [a^2-ab]$$

$$\frac{a^3+1}{3a^2+3} : \frac{a^2-1}{a^2+2a+1} : \left[\frac{a^3+3a^2+3a+1}{6(a^4-1)} \cdot (a^3+1) \right] \quad \left[\frac{2}{a+1} \right]$$

$$\left[\left(\frac{9a-3x}{x^3-2x} - 1 + \frac{3a}{x} \right) \cdot \frac{1-x^2}{x-3a} - \frac{x^3-1}{x^2-2} \right] : \frac{1-x}{x} \quad \left[\frac{1}{2-x^2} \right]$$

EQUAZIONI LINEARI INTERE

$$(x-3)(x+1) = (x-1)^2 + 4 \quad [S = \emptyset]$$

$$(x+3)^2 - (x+1)^2 = 4(x+2) \quad [S = \mathcal{Q}]$$

$$(x+1)(x-2)(3x+1) - 3(x-1)^3 + 5x = 3x^2 + (2x+1)^2 + 5 \quad \left[S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\} \right]$$

$$(5x-2)(3-x) - x^3 - 13x + 6 = (x+5)^2 + 4 - (x+2)^3 \quad \left[S = \left\{ \frac{7}{2} \right\} \right]$$

$$(3x-2)^2 + (x-1)(x+1) = 5x(2x+1) - 3[2(x-1) - (-1)] \quad [S = \{0\}]$$

$$10 + 8x(x^2+1) - [4(x-1) - 3(2x-1)] + (x+1)^2 = (2x+1)^3 + 8 - [(3x+2)^2 + 2x(x-2)] \quad \left[S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\} \right]$$

$$\frac{4x-1}{9} - \frac{1}{6} + \frac{(x-1)^2}{3} = \left(1 - \frac{1}{3} \right) x^2 - \frac{1}{9} \frac{(3x-1)(2x+1)}{2} \quad [S = \{0\}]$$

$$\frac{3x+1}{6} - \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(x - \frac{1}{2} \right) x - \left(\frac{x-2}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} x \left(\frac{11}{4} - 2x \right) \quad \left[S = \left\{ \frac{5}{3} \right\} \right]$$

$$\frac{11x-3}{3} + \left(\frac{x+1}{2} \right)^3 - \frac{3}{2} x \left(\frac{1}{2} x - 1 \right)^2 = \frac{x+1}{4} \cdot \frac{7x-2}{2} - \frac{(x-4)(x^2+1)}{4} \quad \left[S = \left\{ \frac{3}{4} \right\} \right]$$

$$\frac{(x+2)^2}{4} - (1-2x)^3 + \frac{1}{8}x = \frac{1}{4}x \left(\frac{57}{2} - 47x + 32x^2 \right) \quad [S = \mathcal{Q}]$$

$$\frac{(2x-1)(3x+5)}{4} - 10 \left(\frac{1}{3}x + 1 \right)^2 + \frac{5}{12} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{x-2}{3} - \frac{(x+3)^2}{9} \quad [S = \{-2\}]$$

GEOMETRIA – CRITERI DI CONGRUENZA

- 10** Sui prolungamenti della base AB di un triangolo isoscele ABC si considerino due segmenti congruenti AD e BE . Dimostrare che il triangolo DEC è isoscele.

Ipotesi $AC \cong CB$
 D, A, B, E allineati
 $DA \cong BE$

Tesi DEC isoscele

Dim. Si considerino i triangoli ADC e; essi hanno

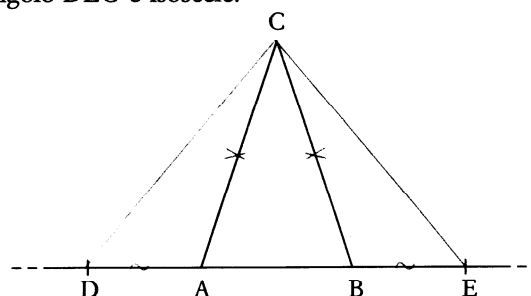
$AC \cong \dots$ per ipotesi
 $\dots \cong BE$ per ipotesi

$\widehat{CAD} \cong \dots$ perché angoli supplementari.....

.....

$\rightarrow \dots \cong CE \rightarrow$ il triangolo è isoscele sulla base

(lati corrispondenti
in triangoli congruenti)



$\left. \begin{array}{l} \dots \rightarrow DAC \cong \dots \rightarrow \\ \text{(per ... criterio)} \end{array} \right\}$

c.v.d.

- 11** Siano AH e BK le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele ABC . Dimostrare che $CK \cong CH$.

Dim. Si considerino i triangoli CKB e CHA .

Essi hanno

$CB \cong CA$ per

$\widehat{ACB} \dots$

$\widehat{CBK} \cong \widehat{CAH}$ perché metà degli angoli
alla base

$\rightarrow CKB \cong CHA \rightarrow CK \cong CH$.

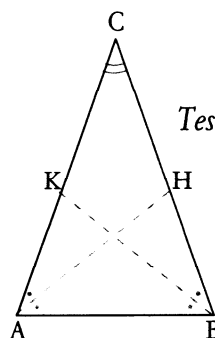
(per ... criterio)

(lati

in triangoli

c.v.d.

Ipotesi $AC \cong CB$
 $\widehat{BAH} \cong \widehat{HAC}$
 $\dots \cong \dots$
Tesi $CK \cong CH$



- 12** Si prolunghi la mediana AM di un triangolo ABC di un segmento $ME \cong AM$. Dimostrare che i segmenti AC e BE risultano congruenti.

Ipotesi A, M, E allineati *Tesi*

.....

.....

Dim. Si considerino i triangoli AMC e MBE ;
essi hanno

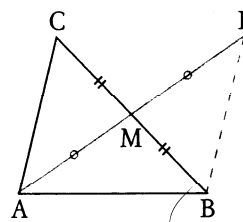
$CM \cong \dots$ per

$AM \cong \dots$ per

$\widehat{AMC} \cong \dots$ perché angoli

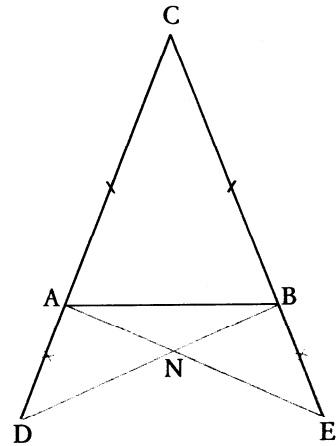
$\left. \begin{array}{l} \dots \rightarrow AMC \cong MBE \rightarrow AC \cong BE \\ \text{(per... criterio)} \end{array} \right\}$ (lati.....
in triangoli.....)

c.v.d.



- 13** Sui prolungamenti dei lati CA e CB di un triangolo isoscele ABC si considerino rispettivamente i segmenti AD e BE tra loro congruenti. Detto N il punto di intersezione dei segmenti DB e AE , si dimostri che il triangolo ANB è isoscele.

Ipotesi $CA \cong CB$
 C, A, D allineati
 $DA \cong \dots\dots\dots$
Tesi ANB isoscele



Dim. Si considerino i triangoli ABD e $\dots\dots\dots$; essi hanno

$AD \cong \dots\dots\dots$ per ipotesi

AB in $\dots\dots\dots$

$\widehat{DAB} \cong \dots\dots\dots$ perché angoli $\dots\dots\dots$

$\rightarrow ABD \cong \dots\dots\dots \rightarrow$
(per $\dots\dots\dots$ criterio)

$\rightarrow \widehat{DBA} \cong \dots\dots\dots \rightarrow ANB$ è isoscele, con base AB , perché $\dots\dots\dots$

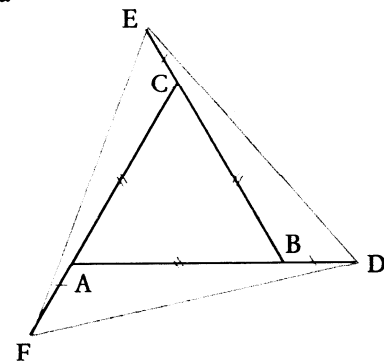
(angoli corrispondenti
in $\dots\dots\dots$)

c.v.d.

- 14** Dato il triangolo equilatero ABC , sui prolungamenti dei lati AB, BC, CA si prendano, sempre nello stesso senso, tre segmenti BD, CE, AF congruenti fra loro. Dimostrare che il triangolo FDE è equilatero.

Ipotesi $AB \cong BC \cong CA$
 A, B, D allineati
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Tesi FDE equilatero



Dim. Si considerino i tre triangoli $AFD, BDE, \dots\dots\dots$;
essi hanno

$AD \cong BE \cong \dots\dots\dots$ perché somme di segmenti rispettivamente congruenti

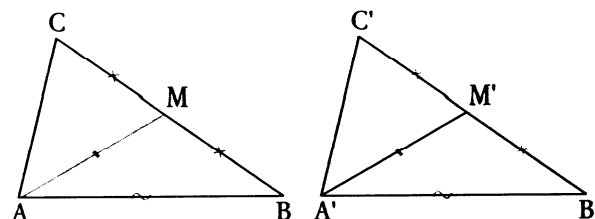
$AF \cong \dots\dots\dots \cong \dots\dots\dots$ per $\dots\dots\dots$

$\widehat{FAD} \cong \widehat{DBE} \cong \dots\dots\dots$ perché angoli $\dots\dots\dots$ angoli congruenti del triangolo equilatero dato. I tre triangoli sono quindi congruenti per $\dots\dots\dots$ e in particolare sarà $FD \cong \dots\dots\dots \cong \dots\dots\dots$ perché lati corrispondenti in $\dots\dots\dots$; il triangolo FDE è quindi equilatero, avendo $\dots\dots\dots$
c.v.d.

- 15** Di due triangoli ABC e $A'B'C'$ si sa che $AB \cong A'B'$, $BC \cong B'C'$ e che le mediane relative ai lati BC e $B'C'$ sono congruenti. Dimostrare la congruenza dei triangoli ABC e $A'B'C'$.

Ipotesi $AB \cong A'B'$
 $BC \cong \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Tesi $ABC \cong A'B'C'$



Dim. Si considerino i triangoli ABM e $A'B'M'$;

essi hanno

$$\left. \begin{array}{l} AB \cong A'B' \text{ per ipotesi} \\ MB \cong M'B' \text{ perché metà di } \dots\dots\dots \\ AM \cong A'M' \text{ per } \dots\dots \end{array} \right\} \rightarrow ABM \cong A'B'M' \rightarrow \widehat{B} \cong \widehat{B}'$$

(per criterio) (angoli
.....)

Consideriamo ora i triangoli ABC e $A'B'C'$; essi hanno

$$\left. \begin{array}{l} AB \cong \dots\dots \text{ per ipotesi} \\ \widehat{B} \cong \widehat{B}' \text{ perché è stato prima dimostrato} \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\} \rightarrow ABC \cong A'B'C'.$$

(per ... criterio)

c.v.d.

7. Sia ABC un triangolo isoscele di base AB . Si prolunghi AB dalla parte di B di un segmento BE , e si prolunghi AB dalla parte di A di un segmento AD , in modo che AD sia congruente a BE . Congiunto C con D e con E , dimostrare che il triangolo DEC è isoscele.
[Occorre prendere in esame i triangoli DAC e CBE ...]

8. Si consideri un triangolo equilatero ABC . Si prolunghino i lati AC , CB , BA rispettivamente dalla parte di C , B , A di tre segmenti CE , BF , DA tra loro congruenti. Dimostrare che DEF è un triangolo equilatero.

9. I lati CA e CB di un triangolo isoscele ABC di vertice C , vengono prolungati, rispettivamente dalla parte di A e di B di due segmenti congruenti AM e BN . Dimostrare che:

1) $MB \cong AN$

2) $\widehat{CAN} \cong \widehat{MBC}$

3) $MO \cong ON$, essendo O il punto di intersezione tra MB e AN .

10. Si consideri un triangolo isoscele ABC , di vertice A . Si prolunghino i lati AB e AC , dalla parte di A , rispettivamente di due segmenti AE e AF congruenti. Si dimostri che $BF \cong EC$.

L' insegnante

A. Fenario

Gli alunni

[Signature]
Sofia Maggiani