ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"
Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R
Liceo delle Scienze Umane VAPM027011
Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)
www.liceocrespi.it-*Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lccrespi@tin.it*
C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D

Classe 1B Su – prof. Luisa Lupi

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
  - **6**: tutti gli esercizi
  - **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
  - **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Lettura consigliata (un libro a scelta):
  - ANNA CERASOLI "La sorpresa dei numeri" Sperling & Kupfer Editori
  - MALBA TAHAN "L'uomo che sapeva contare" Salani ed
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2011-12

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
  - rivedere la teoria sul testo
  - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- Lettura consigliata (un libro a scelta):
  - ANNA CERASOLI "La sorpresa dei numeri" Sperling & Kupfer Editori
  - MALBA TAHAN "L'uomo che sapeva contare" Salani ed

Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS:
lunedì 29 agosto

INSIEMI

Rappresenta per elencazione e mediante la loro proprietà caratteristica i seguenti insiemi:

a. numeri interi compresi fra -2 e 5 o ad essi uguali

b. lettere della parola *insieme*

c. divisori di 30

Dati gli insiemi $A = \{x \in N \mid x < 11 \text{ e } x \text{ è pari}\}$, $B = \{x \in N \mid 7 < x < 13\}$, $C = \{x \in N \mid x \text{ è divisore di } 12\}$ calcola:

a. $(A \cup B)$ **b.** $A \cap B$ **c.** $(A \cap C) \cap B$ **d.** $(B \cap C) \cup A$

[a. $\{0, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$; b. $\{8, 10\}$; c. $\varnothing$; d. $\{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$]

Dati i seguenti insiemi $A = \{x \in N \mid x > 3\}$, $B = \{x \in N \mid x < 22\}$, $C = \{x \in N \mid x$ è multiplo di $5\}$, calcola:

a. $A \cup B$ **b.** $A \cap B$ **c.** $(A \cap B) \cap C$

[a. N; b. $\{x \in N \mid 3 < x < 22\}$; c. $\{5, 10, 15, 20\}$]

Dati gli insiemi $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 5, 10, 15\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ calcola:

a. $A \cap B \cap C$ **b.** $(A \cap B) \cup C$ **c.** $(B - A) \cap C$ [a. $\varnothing$; b. $\{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10\}$; c. $\{10\}$]

Dato l'insieme $A = \{3, 5, 8, 11, 14\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x$ è pari$\}$, trova il complementare di B rispetto ad A. [$\{3, 5, 11\}$]

Dato l'insieme $A = \{2, 6, 7, 10, 13\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x$ è primo$\}$, trova il complementare di B rispetto ad A. [$\{6, 10\}$]

Dato l'insieme $A = \{3, 5, 6, 8, 9\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x$ è multiplo di $3\}$, trova il complementare di B rispetto ad A. [$\{5, 8\}$]

Dati i due insiemi $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ costruisci $A \times B$ e rappresenta i suoi elementi in tutti i modi che conosci. [$\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$]

Dato l'insieme $A = \{x \in Z \mid x = 15 - 3n, n \in N\}$, stabilisci quali fra le seguenti relazioni sono vere:

a. $-12 \in A$ **b.** $\{6\} \in A$ **c.** $\varnothing \subset A$

d. $\{0, 6\} \subset A$ **e.** $A \subset \{$multipli di 3 positivi e negativi$\}$ [a., d., e.]

Stabilisci se sono vere o false le seguenti relazioni:

a. $\{1, 0\} = \{0, 1\}$ V F

b. $\{(2, 3)\} = \{2\} \times \{3\}$ V F

c. $\{(2, 3), (3, 2)\} = \{2\} \times \{3\}$ V F

d. $\{1, 7\} = (1, 7)$ V F

e. $0 \in \varnothing$ V F

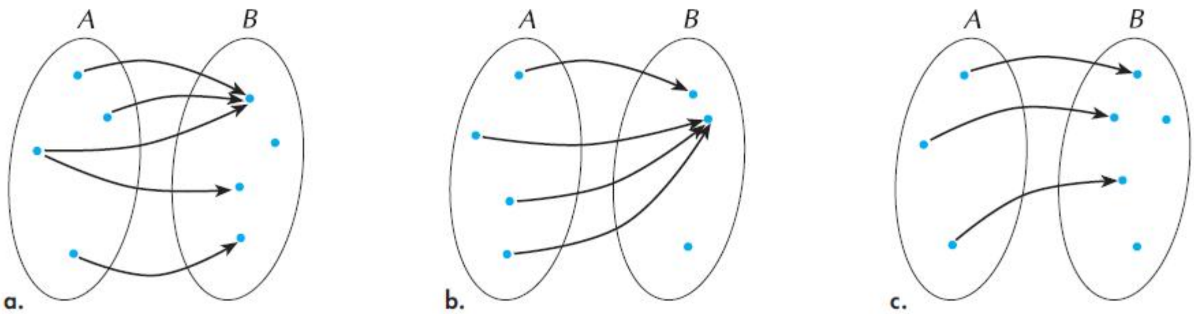
[V, V, F, F, F]

RELAZIONI E FUNZIONI

Dati $A = \{x \in N \mid 6 \leq x \leq 15\}$ e $B = \{y \in N \mid y \leq 5\}$ rappresenta le coppie della relazione $\mathscr{R}$ definita dall'enunciato aperto $p(x, y)$: «$x = 3y$» con $x \in A$ e $y \in B$ mediante elencazione, rappresentazione cartesiana, rappresentazione sagittale. [$\{(6, 2), (9, 3), (12, 4), (15, 5)\}$]

Dati $A = \{x \in N \mid x \leq 5\}$ e $B = \{2, 4, 5, 6, 10\}$ rappresenta con un diagramma cartesiano la relazione $\mathscr{R}$ definita da $p(x, y)$: «$y = 2x$» con $x \in A$ e $y \in B$. Quali sono il dominio e il codominio della relazione? [$D = \{1, 2, 3, 5\}$; $C = \{2, 4, 6, 10\}$]

Individua quali fra le seguenti relazioni fra gli insiemi A e B rappresentano delle funzioni:



a. b. c.

[b., c.]

Considerato l'insieme A come dominio, determina il codominio della funzione f assegnata in ciascuno dei seguenti casi:

a. $A = \{3, 9, 15, 27\}$ $\quad f(x) = \frac{1}{3}x + 1$ $\quad [\{2, 4, 6, 10\}]$

b. $A = \{2, 3, 5, 7\}$ $\quad f(x) = x^2 - 2$ $\quad [\{2, 7, 23, 47\}]$

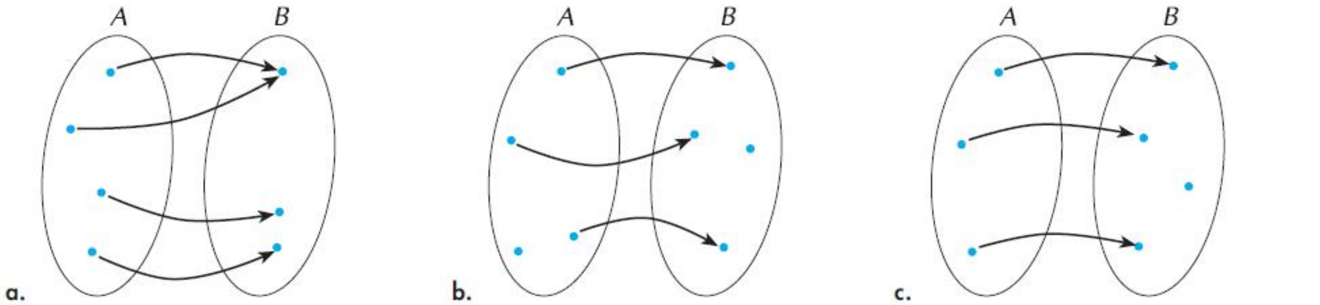
c. $A = \{0, 1, 5, 9\}$ $\quad f(x) = 3x - 2$ $\quad [\{-2, 1, 13, 25\}]$

E' data la funzione $f(x) = x^2 + 1$ il cui codominio è $\{2, 5, 10\}$. Quali fra gli insiemi che seguono potrebbe essere il dominio della funzione?

$A = \{1, 2\}$ $\quad B = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$ $\quad C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ $\quad D = \{-3, -2, -1\}$

$[B, D]$

Individua quali, fra le relazioni che seguono, rappresentano delle funzioni; stabilisci poi se si tratta di funzioni suriettive, iniettive, biiettive:



[**a.** funzione suriettiva; **b.** non è una funzione; **c.** funzione iniettiva]

PROPORZIONALITA'

Quale tabella rappresenta grandezze direttamente proporzionali?

A

x	y
1	4
4	8
8	12

B

x	y
1	4
2	2
4	1

C

x	y
2	5
3	7
4	9

D

x	y
0,5	1,5
1	3
1,5	4,5

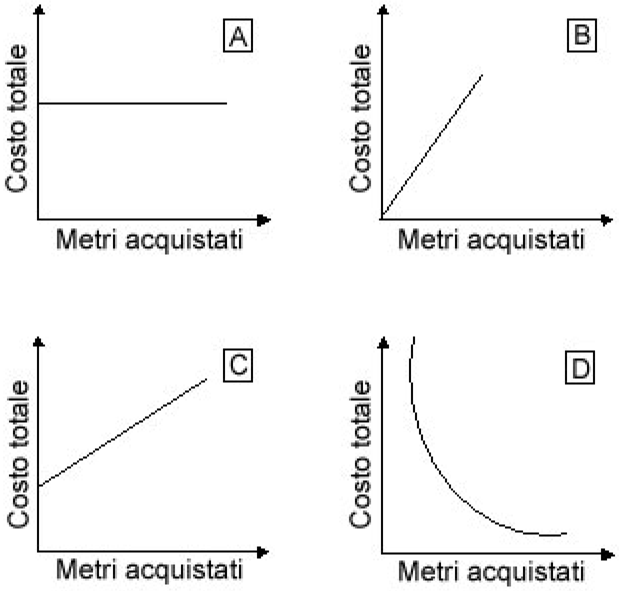
D ☐

A ☐

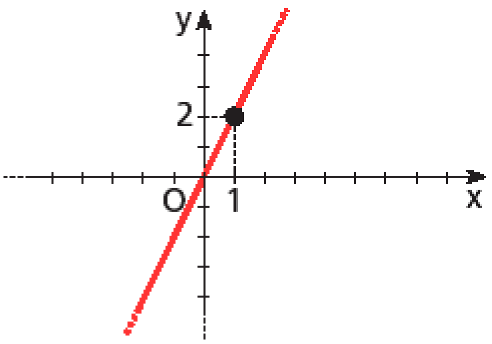
B ☐

C ☐

Un sarto deve acquistare una stoffa che costa 10 euro al metro. Quali di questi grafici rappresenta la relazione tra la quantità di metri acquistati e il costo totale?



Qual è l'equazione della retta rappresentata nel piano cartesiano?



- $y = 2x$
- $y = 2x + 1$
- $y = x/2 + 2$
- $y = x/2$

INSIEMI N Z Q

Utilizzare ovunque è possibile le proprietà delle potenze

$$\left[2^3 \cdot (2^3)^2\right]^2 \cdot 2 : \left\{\left[(4^2)^0\right]^5 \cdot 16^4 \cdot 2^2\right\} \qquad [2]$$

$$\left[(4^2)^3\right]^3 : \left[(2^{12})^2 \cdot 4^4\right] + \left[3^{12} : (3^6)^2\right]^{12} \qquad [17]$$

$$\left\{\left[(4^2)^3 : 2\right]^3 : \left[(2^{12})^2 \cdot 4^4\right] + 1\right\} : \left\{\left[(3^3)^3\right]^2 : 3^{17}\right\} \qquad [1]$$

$$\left[\left(\frac{1}{6}\right)^4 : 6\right]^2 : \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^8 \cdot \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^4\right\} \qquad \left[\frac{1}{36}\right]$$

$$\left\{\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{3}\right)^5\cdot\left[(3^4)^2:(-3)^3\right]\right\}:\left[(2^3)^2:2^4\right] \qquad \left[\frac{1}{3}\right]$$

$$(5^2-2^4)\cdot 3^4\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3^2}\right)^2+\left(\frac{3+3^2}{2}\cdot\frac{2^4}{6}\right)^2:(2^2)^3 \qquad [5]$$

$$\left\{(7^3)^3:\left[25\cdot 5^{-1}+8^5:(2^{-2})^{-7}\right]^8+3\right\}^2-2^{-4}\cdot(6^3)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4 \qquad [64]$$

$$\left\{\left(4^{12}\cdot\frac{1}{4}\right)^{-1}\cdot\left[(2^3)^5\right]^2:2^4\right\}\cdot\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left[(2^3)^2:2^6+8^0\right]^{-1}\right\} \qquad [2]$$

$$(0,25)^2+\left[\frac{4}{16^3}\cdot(-2)^5\cdot(0,2)^4\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{-4}\right]^4+0,625+\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot(-2)^{-3}\cdot\frac{8^2}{3}\cdot\frac{3}{2} \qquad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\left\{\left[0,6^2\cdot 3^{-1}:\left(\frac{1}{5}\right)+0,2\right]^3:0,25^{-3}+\frac{3}{125}\right\}\cdot\left[(5^2)^3:5^5\right]^2 \qquad \left[\frac{4}{5}\right]$$

PRODOTTI NOTEVOLI

$$(2a-b)^3-\left[(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)+(2a-b)^2(a+b)\right]-3\left[b(b-2a)^2+(a+b)(a^2-ab+b^2)\right]$$
$$[21ab^2-24a^2b]$$

$$\left[\left(x-2y+\frac{1}{2}\right)\left(x+2y+\frac{1}{2}\right)-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\right]^2-3(x-2y^2)^2 \qquad [x^2+4y^4-4xy^2]$$

$$(2a+3b-1)(2a-3b+1)-2\left[(a-2)(a+2)+(b-2)^2\right]+(3b+2)^2-2(a-b)(a+b) \qquad [26b+3]$$

$$(x^3+2x^2-1)(x^3+2x^2+1)-x^4(x+2)^2 \qquad [-1]$$

$$\left[(x-y)(x+y)(x^2+y^2)\right]^3+(x^6+y^6)^2-3x^4y^4(y^2+x^2)(y+x)(y-x) \qquad [2x^{12}+2x^6y^6]$$

$$(x+y)^3-(x+1)^3-(3xy(x+y)-3x(x+1)-y(1-y)(y+1)) \qquad [y-1]$$

$$\left(x^2-\frac{3}{2}\right)^3-2x^2(x^2+x-1)^2-x^3(3x^2-6x+4)+\left(x^2+\frac{3}{2}\right)^3 \qquad \left[\frac{23}{2}x^2+8x^4-7x^5\right]$$

$$\left[(x-2)(x+2)(x^2+4)\right]^2-\left[(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)\right]^2-20(3-4x^4)(3+4x^4) \qquad [65x^8+75]$$

SCOMPOSIZIONI

Dopo aver scomposto i seguenti polinomi, determinare M.C.D. e m.c.m.:

$a^3-a; \quad a^2; \quad a^5-a^3$ [M.C.D. $=a$; m.c.m. $=a^3(a-1)(a+1)$]

$x; \quad x-1; \quad x+1$ [M.C.D. $=1$; m.c.m. $=x(x-1)(x+1)$]

$a+2; \quad a+6; \quad a+3$ [M.C.D. $=1$; m.c.m. $=(a+2)(a+3)(a+6)$]

$x^2-1; \quad x^3-x^2; \quad x^3-x$ [M.C.D. $=x-1$; m.c.m. $=x^2(x-1)(x+1)$]

$a^2+2a; \quad 2a+4; \quad 4a-2a^2$ [M.C.D. $=1$; m.c.m. $=2a(a+2)(a-2)$]

$x^2-9; \quad x^2-6x+9; \quad x^2-3x$ [M.C.D. $=x-3$; m.c.m. $=x(x+3)(x-3)^2$]

$4a^2-1; \quad 12a+6; \quad 2a^2+a-1$ [M.C.D. $=1$; m.c.m. $=6(2a-1)(2a+1)(a+1)$]

$x^3+2x^2+x; \quad x^4-x^2; \quad x^4-1$ [M.C.D. $=x+1$; m.c.m. $=x^2(x+1)^2(x-1)(x^2+1)$]

$2ax-4ay-2bx+4by; \quad 2ax+ay-2bx-by; \quad 2x^2-3xy-2y^2$ [M.C.D. $=1$; m.c.m. $=2(a-b)(x-2y)(2x+y)$]

$a^2+a-2; \quad a^2+2a-3; \quad a^2-6a+5$ [M.C.D. $=a-1$; m.c.m. $=(a+2)(a-1)(a+3)(a-5)$]

FRAZIONI ALGEBRICHE

Semplificare le seguenti frazioni algebriche:

$\dfrac{ax^2+axy-x-y}{ax^2-x} \qquad \dfrac{a+b-bx-ax}{a(1-x)-b(1-x)} \qquad \left[\dfrac{x+y}{x}; \dfrac{a+b}{a-b}\right]$

$\dfrac{x^2+4x+4}{x^2-4} \qquad \dfrac{ax^5+ax^3+2ax^2}{a^2x^3+a^2x^2} \qquad \left[\dfrac{x+2}{x-2}; \dfrac{x^2-x+2}{a}\right]$

$\dfrac{2x(x^2y-y^2)}{4xy^2-xy^3} \qquad \dfrac{x^4y-xy^2}{ax^3-ay} \qquad \left[\dfrac{2y-2x^2}{y^2-4y}; \dfrac{xy}{a}\right]$

$\dfrac{2xyz}{2xy-4x^2z^2} \qquad \dfrac{b^2-2b^2x+b^2x^2}{abx^2-ab} \qquad \left[\dfrac{zy}{y-2xz^2}; \dfrac{bx-b}{a+ax}\right]$

$\dfrac{4x^2-8xy+4y^2}{3x^2y-3xy^2} \qquad \dfrac{x(3x+1)+3xy-6x+y-2}{6x^2+5x+1} \qquad \left[\dfrac{4(x-y)}{3xy}; \dfrac{x+y-2}{2x+1}\right]$

Risolvere le seguenti espressioni:

$$\frac{3-a}{a^2-2a-3}\left(\frac{a^2-2a}{a-3}+\frac{3}{3-a}\right) \qquad [-1]$$

$$\frac{1-4x^2}{4x+18}\left(\frac{4}{2x+1}-\frac{5}{2x-1}\right) \qquad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\left(\frac{3a}{a^2-4a+3}+\frac{4}{1-a}\right)\left(\frac{a-6}{12-a}+\frac{1}{3}\right) \qquad \left[\frac{2}{3(a-1)}\right]$$

$$\left(\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a^2-1}\right)\cdot\left(\frac{1+a}{1-a}-\frac{1-a}{a+1}\right)\cdot\left(a-2+\frac{1}{a}\right) \qquad \left[-\frac{4a}{(a+1)^2}\right]$$

$$\frac{1}{y-4}\left(\frac{1}{y-4}+\frac{y}{4-y^2}\right)\left(-\frac{2-y}{4}+\frac{5-2y}{y+2}\right)\left(y+4+\frac{4}{y}\right) \qquad \left[\frac{y-1}{y^2-2y}\right]$$

$$\left(\frac{ax^2y}{2(ax-xb+a-b)}:\frac{2y}{4x^2-4}\right)\cdot\frac{a^2-2ab+b^2}{x^3-x^2} \qquad [a^2-ab]$$

$$\frac{a^3+1}{3a^2+3}:\frac{a^2-1}{a^2+2a+1}:\left[\frac{a^3+3a^2+3a+1}{6(a^4-1)}\cdot(a^3+1)\right] \qquad \left[\frac{2}{a+1}\right]$$

$$\left[\left(\frac{9a-3x}{x^3-2x}-1+\frac{3a}{x}\right)\cdot\frac{1-x^2}{x-3a}-\frac{x^3-1}{x^2-2}\right]:\frac{1-x}{x} \qquad \left[\frac{1}{2-x^2}\right]$$

EQUAZIONI LINEARI INTERE

$$(x-3)(x+1)=(x-1)^2+4 \qquad [S=\varnothing]$$

$$(x+3)^2-(x+1)^2=4(x+2) \qquad [S=Q]$$

$$(x+1)(x-2)(3x+1)-3(x-1)^3+5x=3x^2+(2x+1)^2+5 \qquad \left[S=\left\{-\frac{1}{3}\right\}\right]$$

$$(5x-2)(3-x)-x^3-13x+6=(x+5)^2+4-(x+2)^3 \qquad \left[S=\left\{\frac{7}{2}\right\}\right]$$

$$(3x-2)^2+(x-1)(x+1)=5x(2x+1)-3[2(x-1)-(-1)] \qquad [S=\{0\}]$$

$$10+8x(x^2+1)-[4(x-1)-3(2x-1)]+(x+1)^2=(2x+1)^3+8-\left[(3x+2)^2+2x(x-2)\right] \qquad \left[S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}\right]$$

$$\frac{4x-1}{9}-\frac{1}{6}+\frac{(x-1)^2}{3}=\left(1-\frac{1}{3}\right)x^2-\frac{1}{9}\frac{(3x-1)(2x+1)}{2} \qquad [S=\{0\}]$$

$$\frac{3x+1}{6}-\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)x-\left(\frac{x-2}{2}\right)^2=\frac{1}{2}x\left(\frac{11}{4}-2x\right) \qquad \left[S=\left\{\frac{5}{3}\right\}\right]$$

$$\frac{11x-3}{3}+\left(\frac{x+1}{2}\right)^3-\frac{3}{2}x\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2=\frac{x+1}{4}\cdot\frac{7x-2}{2}-\frac{(x-4)(x^2+1)}{4} \qquad \left[S=\left\{\frac{3}{4}\right\}\right]$$

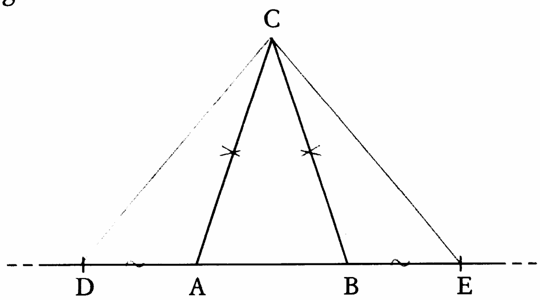
$$\frac{(x+2)^2}{4}-(1-2x)^3+\frac{1}{8}x=\frac{1}{4}x\left(\frac{57}{2}-47x+32x^2\right) \qquad [S=Q]$$

$$\frac{(2x-1)(3x+5)}{4}-10\left(\frac{1}{3}x+1\right)^2+\frac{5}{12}=\frac{1}{2}x^2+\frac{x-2}{3}-\frac{(x+3)^2}{9} \qquad [S=\{-2\}]$$

10 Sui prolungamenti della base AB di un triangolo isoscele ABC si considerino due segmenti congruenti AD e BE. Dimostrare che il triangolo DEC è isoscele.

Ipotesi $AC \cong CB$
D, A, B, E allineati
$DA \cong BE$

Tesi DEC isoscele



Dim. Si considerino i triangoli ADC e ....; essi hanno

$AC \cong$ ...... per ipotesi
...... $\cong BE$ per ipotesi
$\widehat{CAD} \cong$ ...... perché angoli supplementari................................
....

$\Big\} \longrightarrow DAC \cong$ ...... $\longrightarrow$
(per ... criterio)

$\longrightarrow$ ...... $\cong CE \longrightarrow$ il triangolo ...... è isoscele sulla base ...... c.v.d.
(lati corrispondenti in triangoli congruenti)

11 Siano AH e BK le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele ABC. Dimostrare che $CK \cong CH$.

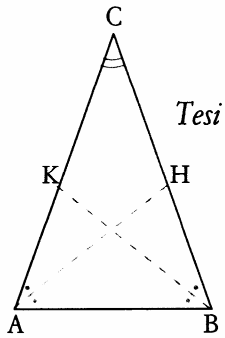
Ipotesi $AC \cong CB$
$\widehat{BAH} \cong \widehat{HAC}$
...... $\cong$ ......

Tesi $CK \cong CH$

Dim. Si considerino i triangoli CKB e CHA.
Essi hanno
$CB \cong CA$ per ......
$\widehat{ACB}$ ....
$\widehat{CBK} \cong \widehat{CAH}$ perché metà degli angoli alla base .... $\Big\} \longrightarrow$

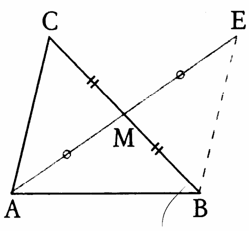
$\longrightarrow CKB \cong CHA \longrightarrow CK \cong CH.$
(per ... criterio) (lati .... in triangoli ....)

c.v.d.



12 Si prolunghi la mediana AM di un triangolo ABC di un segmento $ME \cong AM$. Dimostrare che i segmenti AC e BE risultano congruenti.

Ipotesi A, M, E allineati *Tesi* ....
....
....



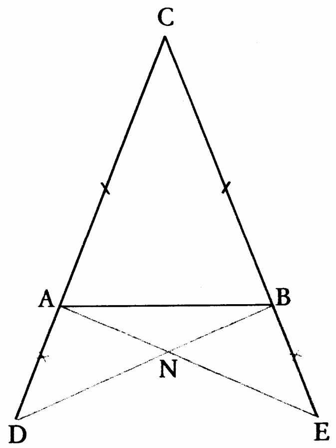
Dim. Si considerino i triangoli AMC e MBE; essi hanno

$CM \cong$ ...... per ......
$AM \cong$ ...... per ......
$\widehat{AMC} \cong$ ...... perché angoli ....

$\Big\} \longrightarrow AMC \cong MBE \longrightarrow AC \cong BE$
(per... criterio) (lati................ in triangoli................)

c.v.d.

13 Sui prolungamenti dei lati *CA* e *CB* di un triangolo isoscele *ABC* si considerino rispettivamente i segmenti *AD* e *BE* tra loro congruenti. Detto *N* il punto di intersezione dei segmenti *DB* e *AE*, si dimostri che il triangolo *ANB* è isoscele.



Ipotesi $CA \cong CB$
C, A, D allineati
....
$DA \cong$ ....

Tesi *ABN* isoscele

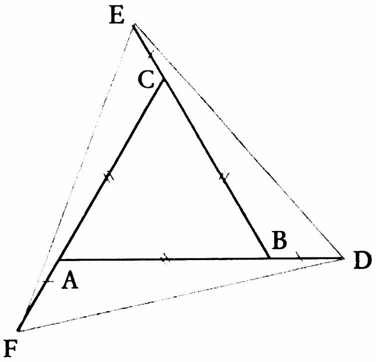
Dim. Si considerino i triangoli *ABD* e ......; essi hanno

$AD \cong$ ...... per ipotesi
AB in ......
$\widehat{DAB} \cong$ ...... perché angoli ....
.... $\Bigg\} \longrightarrow ABD \cong$ ...... $\longrightarrow$
(per ...... criterio)

$\longrightarrow \widehat{DBA} \cong$ .... $\longrightarrow$ *ABN* è isoscele, con base *AB*, perché ....
(angoli corrispondenti in ....)

c.v.d.

14 Dato il triangolo equilatero *ABC*, sui prolungamenti dei lati *AB*, *BC*, *CA* si prendano, sempre nello stesso senso, tre segmenti *BD*, *CE*, *AF* congruenti fra loro. Dimostrare che il triangolo *FDE* è equilatero.



Ipotesi $AB \cong BC \cong CA$
A, B, D allineati
....
....

Tesi *FDE* equilatero

Dim. Si considerino i tre triangoli *AFD*, *BDE*, ...;

essi hanno

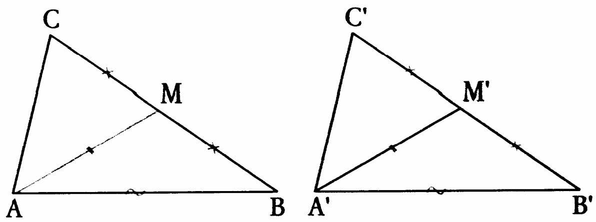
$AD \cong BE \cong$ ...... perché somme di segmenti rispettivamente congruenti
$AF \cong$ ...... $\cong$ ...... per ....

$\widehat{FAD} \cong \widehat{DBE} \cong$ ...... perché angoli .... angoli congruenti del triangolo equilatero dato. I tre triangoli sono quindi congruenti per .... e in particolare sarà $FD \cong$ ...... $\cong$ ...... perché lati corrispondenti in ....; il triangolo *FDE* è quindi equilatero, avendo .... c.v.d.

15 Di due triangoli *ABC* e *A'B'C'* si sa che $AB \cong A'B'$, $BC \cong B'C'$ e che le mediane relative ai lati *BC* e *B'C'* sono congruenti. Dimostrare la congruenza dei triangoli *ABC* e *A'B'C'*.

Ipotesi $AB \cong A'B'$
$BC \cong$ ......
....
....

Tesi $ABC \cong A'B'C'$



Dim. Si considerino i triangoli ABM e $A'B'M'$;

essi hanno

$$\left.\begin{array}{l} AB \cong A'B' \text{ per ipotesi} \\ MB \cong M'B' \text{ perché metà di ....} \\ AM \cong A'M' \text{ per ....} \end{array}\right\} \underset{\text{(per ...... criterio)}}{\longrightarrow ABM \cong A'B'M'} \underset{\text{(angoli ....)}}{\longrightarrow \widehat{B} \cong \widehat{B'}}$$

Consideriamo ora i triangoli ABC e $A'B'C'$; essi hanno

$$\left.\begin{array}{l} AB \cong \text{...... per ipotesi} \\ \widehat{B} \cong \widehat{B'} \text{ perché è stato prima dimostrato} \\ \text{................} \end{array}\right\} \underset{\text{(per ... criterio)}}{\longrightarrow ABC \cong A'B'C'.}$$

c.v.d.

7. Sia *ABC* un triangolo isoscele di base *AB*. Si prolunghi *AB* dalla parte di *B* di un segmento *BE*, e si prolunghi *AB* dalla parte di *A* di un segmento *AD*, in modo che *AD* sia congruente a *BE*. Congiunto *C* con *D* e con *E*, dimostrare che il triangolo *DEC* è isoscele.
[Occorre prendere in esame i triangoli *DAC* e *CBE*...]

8. Si consideri un triangolo equilatero *ABC*. Si prolunghino i lati *AC*, *CB*, *BA* rispettivamente dalla parte di *C*, *B*, *A* di tre segmenti *CE*, *BF*, *DA* tra loro congruenti. Dimostrare che *DEF* è un triangolo equilatero.

9. I lati *CA* e *CB* di un triangolo isoscele *ABC* di vertice *C*, vengono prolungati, rispettivamente dalla parte di *A* e di *B* di due segmenti congruenti *AM* e *BN*. Dimostrare che:

1) $MB \cong AN$
2) $\widehat{CAN} \cong \widehat{MBC}$
3) $MO \cong ON$, essendo *O* il punto di intersezione tra *MB* e *AN*.

10. Si consideri un triangolo isoscele *ABC*, di vertice *A*. Si prolunghino i lati *AB* e *AC*, dalla parte di *A*, rispettivamente di due segmenti *AE* e *AF* congruenti. Si dimostri che $BF \cong EC$.

L' insegnante I rappresentanti