ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"
Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R
Liceo delle Scienze Umane VAPM027011
Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)
www.liceocrespi.it-*Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lccrespi@tin.it*
C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D

CISQCERT
UNI EN ISO 9001: 2008
CertINT® 2010

Classe 1 CL – prof. Enrico Rigon

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
  - **6**: tutti gli esercizi
  - **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
  - **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2011-12

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
  - rivedere la teoria sul testo
  - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo

Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: lunedì 29 agosto

INSIEMI

Rappresenta per elencazione e mediante la loro proprietà caratteristica i seguenti insiemi:

a. numeri interi compresi fra -2 e 5 o ad essi uguali
b. lettere della parola *insieme*
c. divisori di 30

Dati gli insiemi $A = \{x \in N \mid x < 11 \text{ e } x \text{ è pari}\}$, $B = \{x \in N \mid 7 < x < 13\}$, $C = \{x \in N \mid x \text{ è divisore di } 12\}$ calcola:

a. $(A \cup B)$ **b.** $A \cap B$ **c.** $(A \cap C) \cap B$ **d.** $(B \cap C) \cup A$

[**a.** $\{0, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$; **b.** $\{8, 10\}$; **c.** $\varnothing$; **d.** $\{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$]

Dati i seguenti insiemi $A = \{x \in N \mid x > 3\}$, $B = \{x \in N \mid x < 22\}$, $C = \{x \in N \mid x \text{ è multiplo di } 5\}$, calcola:

a. $A \cup B$ **b.** $A \cap B$ **c.** $(A \cap B) \cap C$

[a. N; b. $\{x \in N \mid 3 < x < 22\}$; c. $\{5, 10, 15, 20\}$]

Dati gli insiemi $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 5, 10, 15\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ calcola:

a. $A \cap B \cap C$ **b.** $(A \cap B) \cup C$ **c.** $(B - A) \cap C$ [a. $\varnothing$; b. $\{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10\}$; c. $\{10\}$]

Dato l'insieme $A = \{3, 5, 8, 11, 14\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x \text{ è pari}\}$, trova il complementare di B rispetto ad A. [$\{3, 5, 11\}$]

Dato l'insieme $A = \{2, 6, 7, 10, 13\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x \text{ è primo}\}$, trova il complementare di B rispetto ad A. [$\{6, 10\}$]

Dato l'insieme $A = \{3, 5, 6, 8, 9\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x \text{ è multiplo di } 3\}$, trova il complementare di B rispetto ad A. [$\{5, 8\}$]

Dati i due insiemi $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ costruisci $A \times B$ e rappresenta i suoi elementi in tutti i modi che conosci. [$\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$]

Dato l'insieme $A = \{x \in Z \mid x = 15 - 3n, n \in N\}$, stabilisci quali fra le seguenti relazioni sono vere:

a. $-12 \in A$ **b.** $\{6\} \in A$ **c.** $\varnothing \subset A$

d. $\{0, 6\} \subset A$ **e.** $A \subset \{\text{multipli di 3 positivi e negativi}\}$ [a., d., e.]

Stabilisci se sono vere o false le seguenti relazioni:

a. $\{1, 0\} = \{0, 1\}$ V F

b. $\{(2, 3)\} = \{2\} \times \{3\}$ V F

c. $\{(2, 3), (3, 2)\} = \{2\} \times \{3\}$ V F

d. $\{1, 7\} = (1, 7)$ V F

e. $0 \in \varnothing$ V F

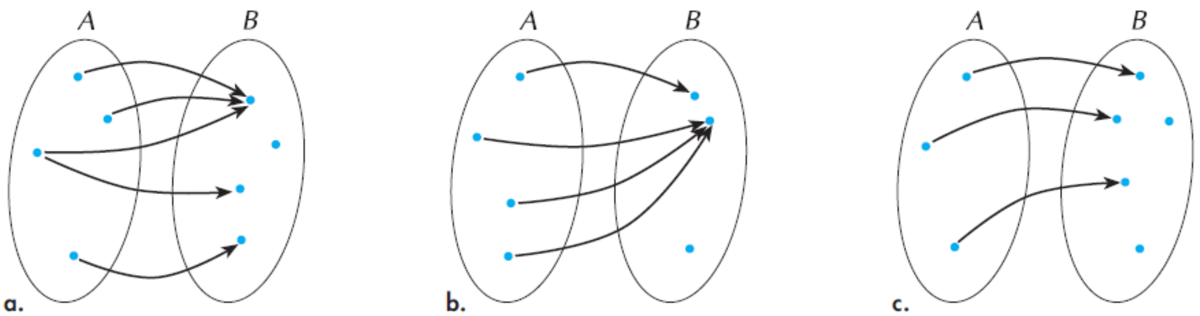
[V, V, F, F, F]

RELAZIONI E FUNZIONI

Dati $A = \{x \in N \mid 6 \le x \le 15\}$ e $B = \{y \in N \mid y \le 5\}$ rappresenta le coppie della relazione $\mathscr{R}$ definita dall'enunciato aperto $p(x, y)$: «$x = 3y$» con $x \in A$ e $y \in B$ mediante elencazione, rappresentazione cartesiana, rappresentazione sagittale. [$\{(6, 2), (9, 3), (12, 4), (15, 5)\}$]

Dati $A = \{x \in N \mid x \le 5\}$ e $B = \{2, 4, 5, 6, 10\}$ rappresenta con un diagramma cartesiano la relazione $\mathscr{R}$ definita da $p(x, y)$: «$y = 2x$» con $x \in A$ e $y \in B$. Quali sono il dominio e il codominio della relazione? [$D = \{1, 2, 3, 5\}$; $C = \{2, 4, 6, 10\}$]

Individua quali fra le seguenti relazioni fra gli insiemi A e B rappresentano delle funzioni:



[b., c.]

Considerato l'insieme A come dominio, determina il codominio della funzione f assegnata in ciascuno dei seguenti casi:

a. $A = \{3, 9, 15, 27\}$ $\qquad f(x) = \frac{1}{3}x + 1$ $\qquad [\{2, 4, 6, 10\}]$

b. $A = \{2, 3, 5, 7\}$ $\qquad f(x) = x^2 - 2$ $\qquad [\{2, 7, 23, 47\}]$

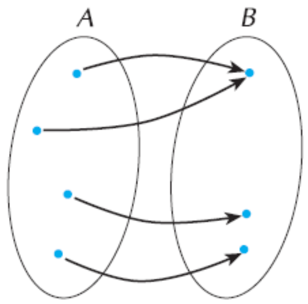
c. $A = \{0, 1, 5, 9\}$ $\qquad f(x) = 3x - 2$ $\qquad [\{-2, 1, 13, 25\}]$

E' data la funzione $f(x) = x^2 + 1$ il cui codominio è $\{2, 5, 10\}$. Quali fra gli insiemi che seguono potrebbe essere il dominio della funzione?

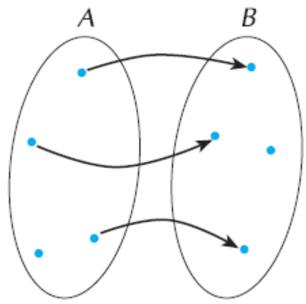
$A = \{1, 2\}$ $\qquad B = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$ $\qquad C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ $\qquad D = \{-3, -2, -1\}$

$[B, D]$

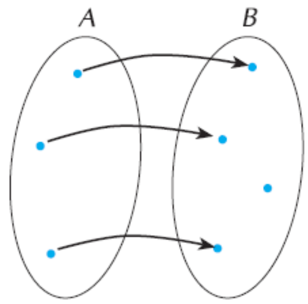
Individua quali, fra le relazioni che seguono, rappresentano delle funzioni; stabilisci poi se si tratta di funzioni suriettive, iniettive, biiettive:



a.



b.



c.

[**a.** funzione suriettiva; **b.** non è una funzione; **c.** funzione iniettiva]

PROPORZIONALITA'

Quale tabella rappresenta grandezze direttamente proporzionali?

A

x	y
1	4
4	8
8	12

B

x	y
1	4
2	2
4	1

C

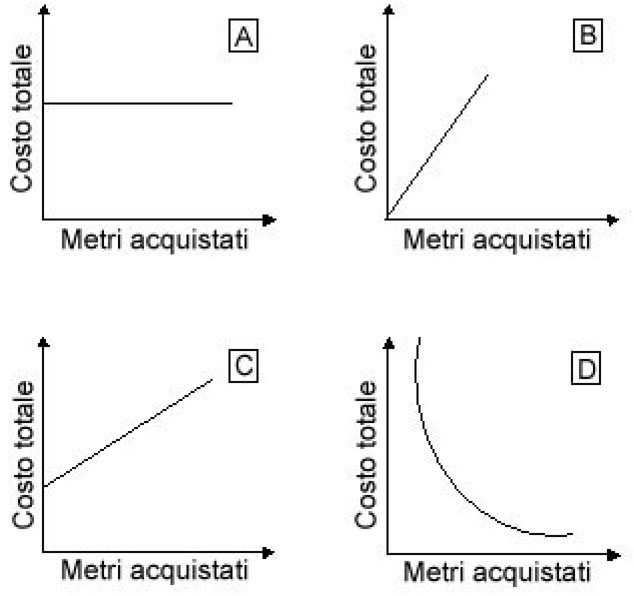
x	y
2	5
3	7
4	9

D

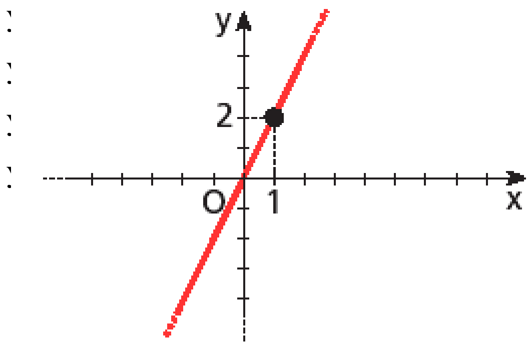
x	y
0,5	1,5
1	3
1,5	4,5

- D ○
- A ○
- B ○
- C ○

Un sarto deve acquistare una stoffa che costa 10 euro al metro. Quali di questi grafici rappresenta la relazione tra la quantità di metri acquistati e il costo totale?



Qual è l'equazione della retta rappresentata nel piano cartesiano?



INSIEMI N Z Q

Utilizzare ovunque è possibile le proprietà delle potenze

$$\left[2^3 \cdot (2^3)^2\right]^2 \cdot 2 : \left\{\left[(4^2)^0\right]^5 \cdot 16^4 \cdot 2^2\right\} \qquad [2]$$

$$\left[(4^2)^3\right]^3 : \left[(2^{12})^2 \cdot 4^4\right] + \left[3^{12} : (3^6)^2\right]^{12} \qquad [17]$$

$$\left\{\left[(4^2)^3 : 2\right]^3 : \left[(2^{12})^2 \cdot 4^4\right] + 1\right\} : \left\{\left[(3^3)^3\right]^2 : 3^{17}\right\} \qquad [1]$$

$$\left[\left(\frac{1}{6}\right)^4 : 6\right]^2 : \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^8 \cdot \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^4\right\} \qquad \left[\frac{1}{36}\right]$$

$$\left\{\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{5}\cdot\left[(3^4)^2:(-3)^3\right]\right\}:\left[(2^3)^2:2^4\right] \qquad \left[\frac{1}{3}\right]$$

$$(5^2-2^4)\cdot 3^4\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3^2}\right)^2+\left(\frac{3+3^2}{2}\cdot\frac{2^4}{6}\right)^2:(2^2)^3 \qquad [5]$$

$$\left\{(7^3)^3:\left[25\cdot 5^{-1}+8^5:(2^{-2})^{-7}\right]^8+3\right\}^2-2^{-4}\cdot(6^3)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4 \qquad [64]$$

$$\left\{\left(4^{12}\cdot\frac{1}{4}\right)^{-1}\cdot\left[(2^3)^5\right]^2:2^4\right\}\cdot\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left[(2^3)^2:2^6+8^0\right]^{-1}\right\} \qquad [2]$$

$$(0,25)^2+\left[\frac{4}{16^3}\cdot(-2)^5\cdot(0,2)^4\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{-4}\right]^4+0,625+\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot(-2)^{-3}\cdot\frac{8^2}{3}\cdot\frac{3}{2} \qquad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\left\{\left[0,6^2\cdot 3^{-1}:\left(\frac{1}{5}\right)+0,2\right]^3:0,25^{-3}+\frac{3}{125}\right\}\cdot\left[(5^2)^3:5^5\right]^2 \qquad \left[\frac{4}{5}\right]$$

PRODOTTI NOTEVOLI

$$(2a-b)^3-\left[(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)+(2a-b)^2(a+b)\right]-3\left[b(b-2a)^2+(a+b)(a^2-ab+b^2)\right]$$
$$[21ab^2-24a^2b]$$

$$\left[\left(x-2y+\frac{1}{2}\right)\left(x+2y+\frac{1}{2}\right)-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\right]^2-3(x-2y^2)^2 \qquad [x^2+4y^4-4xy^2]$$

$$(2a+3b-1)(2a-3b+1)-2\left[(a-2)(a+2)+(b-2)^2\right]+(3b+2)^2-2(a-b)(a+b) \qquad [26b+3]$$

$$(x^3+2x^2-1)(x^3+2x^2+1)-x^4(x+2)^2 \qquad [-1]$$

$$\left[(x-y)(x+y)(x^2+y^2)\right]^3+(x^6+y^6)^2-3x^4y^4(y^2+x^2)(y+x)(y-x) \qquad [2x^{12}+2x^6y^6]$$

$$(x+y)^3-(x+1)^3-(3xy(x+y)-3x(x+1)-y(1-y)(y+1)) \qquad [y-1]$$

$$\left(x^2-\frac{3}{2}\right)^3-2x^2(x^2+x-1)^2-x^3(3x^2-6x+4)+\left(x^2+\frac{3}{2}\right)^3 \qquad \left[\frac{23}{2}x^2+8x^4-7x^5\right]$$

$$[(x-2)(x+2)(x^2+4)]^2-[(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)]^2-20(3-4x^4)(3+4x^4) \qquad [65x^8+75]$$

SCOMPOSIZIONI

Dopo aver scomposto i seguenti polinomi, determinare M.C.D. e m.c.m.:

$a^3 - a; \quad a^2; \quad a^5 - a^3$ [M.C.D. $= a$; m.c.m. $= a^3(a-1)(a+1)$]

$x; \quad x-1; \quad x+1$ [M.C.D. $= 1$; m.c.m. $= x(x-1)(x+1)$]

$a+2; \quad a+6; \quad a+3$ [M.C.D. $= 1$; m.c.m. $= (a+2)(a+3)(a+6)$]

$x^2 - 1; \quad x^3 - x^2; \quad x^3 - x$ [M.C.D. $= x-1$; m.c.m. $= x^2(x-1)(x+1)$]

$a^2 + 2a; \quad 2a + 4; \quad 4a - 2a^2$ [M.C.D. $= 1$; m.c.m. $= 2a(a+2)(a-2)$]

$x^2 - 9; \quad x^2 - 6x + 9; \quad x^2 - 3x$ [M.C.D. $= x-3$; m.c.m. $= x(x+3)(x-3)^2$]

$4a^2 - 1; \quad 12a + 6; \quad 2a^2 + a - 1$ [M.C.D. $= 1$; m.c.m. $= 6(2a-1)(2a+1)(a+1)$]

$x^3 + 2x^2 + x; \quad x^4 - x^2; \quad x^4 - 1$ [M.C.D. $= x+1$; m.c.m. $= x^2(x+1)^2(x-1)(x^2+1)$]

$2ax - 4ay - 2bx + 4by; \quad 2ax + ay - 2bx - by; \quad 2x^2 - 3xy - 2y^2$
[M.C.D. $= 1$; m.c.m. $= 2(a-b)(x-2y)(2x+y)$]

$a^2 + a - 2; \quad a^2 + 2a - 3; \quad a^2 - 6a + 5$
[M.C.D. $= a-1$; m.c.m. $= (a+2)(a-1)(a+3)(a-5)$]

FRAZIONI ALGEBRICHE

Semplificare le seguenti frazioni algebriche:

$\dfrac{ax^2 + axy - x - y}{ax^2 - x} \qquad \dfrac{a + b - bx - ax}{a(1-x) - b(1-x)} \qquad \left[\dfrac{x+y}{x}; \dfrac{a+b}{a-b}\right]$

$\dfrac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} \qquad \dfrac{ax^5 + ax^3 + 2ax^2}{a^2x^3 + a^2x^2} \qquad \left[\dfrac{x+2}{x-2}; \dfrac{x^2 - x + 2}{a}\right]$

$\dfrac{2x(x^2y - y^2)}{4xy^2 - xy^3} \qquad \dfrac{x^4y - xy^2}{ax^3 - ay} \qquad \left[\dfrac{2y - 2x^2}{y^2 - 4y}; \dfrac{xy}{a}\right]$

$\dfrac{2xyz}{2xy - 4x^2z^2} \qquad \dfrac{b^2 - 2b^2x + b^2x^2}{abx^2 - ab} \qquad \left[\dfrac{zy}{y - 2xz^2}; \dfrac{bx - b}{a + ax}\right]$

$\dfrac{4x^2 - 8xy + 4y^2}{3x^2y - 3xy^2} \qquad \dfrac{x(3x+1) + 3xy - 6x + y - 2}{6x^2 + 5x + 1} \qquad \left[\dfrac{4(x-y)}{3xy}; \dfrac{x+y-2}{2x+1}\right]$

Risolvere le seguenti espressioni:

$$\frac{3-a}{a^2-2a-3}\left(\frac{a^2-2a}{a-3}+\frac{3}{3-a}\right) \qquad [-1]$$

$$\frac{1-4x^2}{4x+18}\left(\frac{4}{2x+1}-\frac{5}{2x-1}\right) \qquad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\left(\frac{3a}{a^2-4a+3}+\frac{4}{1-a}\right)\left(\frac{a-6}{12-a}+\frac{1}{3}\right) \qquad \left[\frac{2}{3(a-1)}\right]$$

$$\left(\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a^2-1}\right)\cdot\left(\frac{1+a}{1-a}-\frac{1-a}{a+1}\right)\cdot\left(a-2+\frac{1}{a}\right) \qquad \left[-\frac{4a}{(a+1)^2}\right]$$

$$\frac{1}{y-4}\left(\frac{1}{y-4}+\frac{y}{4-y^2}\right)\left(-\frac{2-y}{4}+\frac{5-2y}{y+2}\right)\left(y+4+\frac{4}{y}\right) \qquad \left[\frac{y-1}{y^2-2y}\right]$$

$$\left(\frac{ax^2y}{2(ax-xb+a-b)}:\frac{2y}{4x^2-4}\right)\cdot\frac{a^2-2ab+b^2}{x^3-x^2} \qquad [a^2-ab]$$

$$\frac{a^3+1}{3a^2+3}:\frac{a^2-1}{a^2+2a+1}:\left[\frac{a^3+3a^2+3a+1}{6(a^4-1)}\cdot(a^3+1)\right] \qquad \left[\frac{2}{a+1}\right]$$

$$\left[\left(\frac{9a-3x}{x^3-2x}-1+\frac{3a}{x}\right)\cdot\frac{1-x^2}{x-3a}-\frac{x^3-1}{x^2-2}\right]:\frac{1-x}{x} \qquad \left[\frac{1}{2-x^2}\right]$$

EQUAZIONI LINEARI INTERE

$$(x-3)(x+1)=(x-1)^2+4 \qquad [S=\varnothing]$$

$$(x+3)^2-(x+1)^2=4(x+2) \qquad [S=Q]$$

$$(x+1)(x-2)(3x+1)-3(x-1)^3+5x=3x^2+(2x+1)^2+5 \qquad \left[S=\left\{-\frac{1}{3}\right\}\right]$$

$$(5x-2)(3-x)-x^3-13x+6=(x+5)^2+4-(x+2)^3 \qquad \left[S=\left\{\frac{7}{2}\right\}\right]$$

$$(3x-2)^2+(x-1)(x+1)=5x(2x+1)-3[2(x-1)-(-1)] \qquad [S=\{0\}]$$

$$10+8x(x^2+1)-[4(x-1)-3(2x-1)]+(x+1)^2=(2x+1)^3+8-\left[(3x+2)^2+2x(x-2)\right] \qquad \left[S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}\right]$$

$$\frac{4x-1}{9}-\frac{1}{6}+\frac{(x-1)^2}{3}=\left(1-\frac{1}{3}\right)x^2-\frac{1}{9}\frac{(3x-1)(2x+1)}{2} \qquad [S=\{0\}]$$

$$\frac{3x+1}{6}-\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)x-\left(\frac{x-2}{2}\right)^2=\frac{1}{2}x\left(\frac{11}{4}-2x\right) \qquad \left[S=\left\{\frac{5}{3}\right\}\right]$$

$$\frac{11x-3}{3}+\left(\frac{x+1}{2}\right)^3-\frac{3}{2}x\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2=\frac{x+1}{4}\cdot\frac{7x-2}{2}-\frac{(x-4)(x^2+1)}{4} \qquad \left[S=\left\{\frac{3}{4}\right\}\right]$$

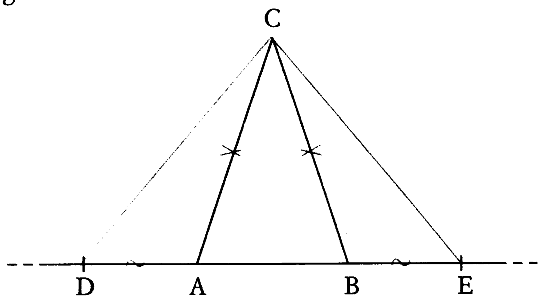
$$\frac{(x+2)^2}{4}-(1-2x)^3+\frac{1}{8}x=\frac{1}{4}x\left(\frac{57}{2}-47x+32x^2\right) \qquad [S=Q]$$

$$\frac{(2x-1)(3x+5)}{4}-10\left(\frac{1}{3}x+1\right)^2+\frac{5}{12}=\frac{1}{2}x^2+\frac{x-2}{3}-\frac{(x+3)^2}{9} \qquad [S=\{-2\}]$$

10 Sui prolungamenti della base AB di un triangolo isoscele ABC si considerino due segmenti congruenti AD e BE. Dimostrare che il triangolo DEC è isoscele.

Ipotesi $AC \cong CB$
D, A, B, E allineati
$DA \cong BE$

Tesi DEC isoscele



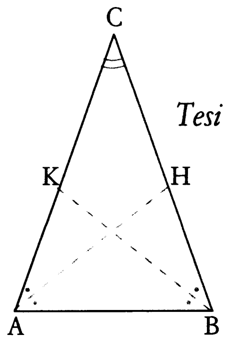
Dim. Si considerino i triangoli ADC e ....; essi hanno

$AC \cong$ ...... per ipotesi
...... $\cong BE$ per ipotesi
$\widehat{CAD} \cong$ ...... perché angoli supplementari................................
....
$\longrightarrow$ $DAC \cong$ ...... $\longrightarrow$
(per ... criterio)

$\longrightarrow$ ...... $\cong CE$ $\longrightarrow$ il triangolo ...... è isoscele sulla base ...... c.v.d.
(lati corrispondenti in triangoli congruenti)

11 Siano AH e BK le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele ABC. Dimostrare che $CK \cong CH$.

Dim. Si considerino i triangoli CKB e CHA.
Essi hanno
$CB \cong CA$ per ......
$\widehat{ACB}$ ....
$\widehat{CBK} \cong \widehat{CAH}$ perché metà degli angoli alla base .... $\longrightarrow$
$\longrightarrow$ $CKB \cong CHA$ $\longrightarrow$ $CK \cong CH$.
(per ... criterio) (lati .... in triangoli ....)
c.v.d.



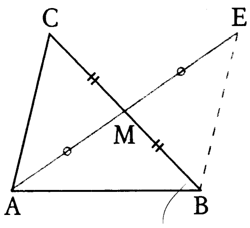
Ipotesi $AC \cong CB$
$\widehat{BAH} \cong \widehat{HAC}$
...... $\cong$ ......

Tesi $CK \cong CH$

12 Si prolunghi la mediana AM di un triangolo ABC di un segmento $ME \cong AM$. Dimostrare che i segmenti AC e BE risultano congruenti.

Ipotesi A, M, E allineati
....
....

Tesi ....

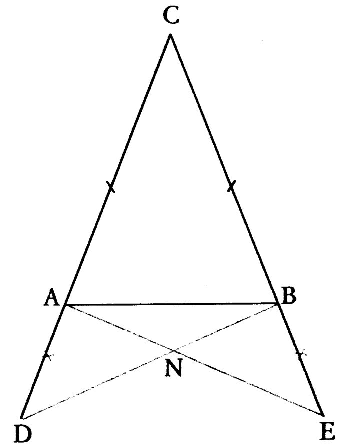


Dim. Si considerino i triangoli AMC e MBE; essi hanno

$CM \cong$ ...... per ......
$AM \cong$ ...... per ......
$\widehat{AMC} \cong$ ...... perché angoli ....
$\longrightarrow$ $AMC \cong MBE$ $\longrightarrow$ $AC \cong BE$
(per... criterio) (lati................ in triangoli................)

c.v.d.

13 Sui prolungamenti dei lati CA e CB di un triangolo isoscele ABC si considerino rispettivamente i segmenti AD e BE tra loro congruenti. Detto N il punto di intersezione dei segmenti DB e AE, si dimostri che il triangolo ANB è isoscele.



Ipotesi $CA \cong CB$
C, A, D allineati
....
$DA \cong$ ....

Tesi ABN isoscele

Dim. Si considerino i triangoli ABD e ......; essi hanno

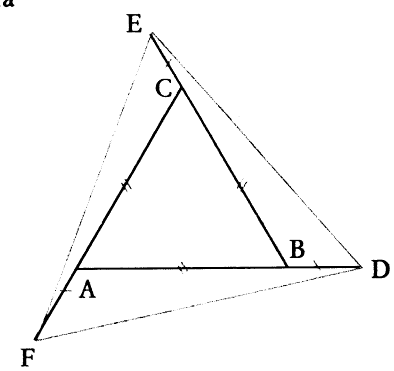
$AD \cong$ ...... per ipotesi
AB in ......
$\widehat{DAB} \cong$ ...... perché angoli ....
....

$\longrightarrow ABD \cong$ ...... $\longrightarrow$
(per ...... criterio)

$\longrightarrow \widehat{DBA} \cong$ .... $\longrightarrow$ ABN è isoscele, con base AB, perché ....
(angoli corrispondenti in ....)

c.v.d.

14 Dato il triangolo equilatero ABC, sui prolungamenti dei lati AB, BC, CA si prendano, sempre nello stesso senso, tre segmenti BD, CE, AF congruenti fra loro. Dimostrare che il triangolo FDE è equilatero.



Ipotesi $AB \cong BC \cong CA$
A, B, D allineati
....
....

Tesi FDE equilatero

Dim. Si considerino i tre triangoli AFD, BDE, ...;

essi hanno

$AD \cong BE \cong$ ...... perché somme di segmenti rispettivamente congruenti
$AF \cong$ ...... $\cong$ ...... per ....

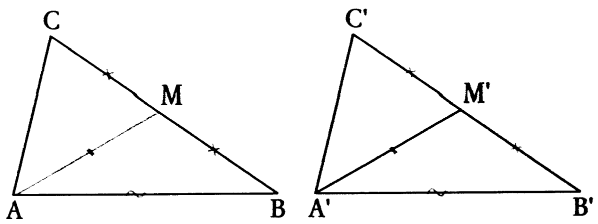
$\widehat{FAD} \cong \widehat{DBE} \cong$ ...... perché angoli .... angoli congruenti del triangolo equilatero dato. I tre triangoli sono quindi congruenti per .... e in particolare sarà $FD \cong$ ...... $\cong$ ...... perché lati corrispondenti in ....; il triangolo FDE è quindi equilatero, avendo ....

c.v.d.

15 Di due triangoli ABC e $A'B'C'$ si sa che $AB \cong A'B'$, $BC \cong B'C'$ e che le mediane relative ai lati BC e $B'C'$ sono congruenti. Dimostrare la congruenza dei triangoli ABC e $A'B'C'$.

Ipotesi $AB \cong A'B'$
$BC \cong$ ......
....
....

Tesi $ABC \cong A'B'C'$



Dim. Si considerino i triangoli ABM e $A'B'M'$;

essi hanno

$$\left.\begin{array}{l} AB \cong A'B' \text{ per ipotesi} \\ MB \cong M'B' \text{ perché metà di } \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ AM \cong A'M' \text{ per } \ldots\ldots \end{array}\right\} \longrightarrow \underset{\text{(per ...... criterio)}}{ABM \cong A'B'M'} \longrightarrow \underset{\text{(angoli ....)}}{\widehat{B} \cong \widehat{B'}}$$

Consideriamo ora i triangoli ABC e $A'B'C'$; essi hanno

$$\left.\begin{array}{l} AB \cong \ldots\ldots \text{ per ipotesi} \\ \widehat{B} \cong \widehat{B'} \text{ perché è stato prima dimostrato} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \longrightarrow \underset{\text{(per ... criterio)}}{ABC \cong A'B'C'.}$$

c.v.d.

7. Sia *ABC* un triangolo isoscele di base *AB*. Si prolunghi *AB* dalla parte di *B* di un segmento *BE*, e si prolunghi *AB* dalla parte di *A* di un segmento *AD*, in modo che *AD* sia congruente a *BE*. Congiunto *C* con *D* e con *E*, dimostrare che il triangolo *DEC* è isoscele.
[Occorre prendere in esame i triangoli *DAC* e *CBE*...]

8. Si consideri un triangolo equilatero *ABC*. Si prolunghino i lati *AC*, *CB*, *BA* rispettivamente dalla parte di *C*, *B*, *A* di tre segmenti *CE*, *BF*, *DA* tra loro congruenti. Dimostrare che *DEF* è un triangolo equilatero.

9. I lati *CA* e *CB* di un triangolo isoscele *ABC* di vertice *C*, vengono prolungati, rispettivamente dalla parte di *A* e di *B* di due segmenti congruenti *AM* e *BN*. Dimostrare che:

1) $MB \cong AN$
2) $C\widehat{A}N \cong M\widehat{B}C$
3) $MO \cong ON$, essendo O il punto di intersezione tra MB e AN.

10. Si consideri un triangolo isoscele *ABC*, di vertice *A*. Si prolunghino i lati *AB* e *AC*, dalla parte di *A*, rispettivamente di due segmenti *AE* e *AF* congruenti. Si dimostri che $BF \cong EC$.

L' insegnante   Gli alunni