	ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI" *Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R* *Liceo delle Scienze Umane VAPM027011* Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA) www.liceocrespi.it-*Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lccrespi@tin.it* C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D	UNI EN ISO 9001: 2008 CertINT® 2011

Anno Scolastico 2012-2013 Classe 2^CL – prof. Enrico Rigon

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
  - **6**: tutti gli esercizi
  - **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
  - **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2012-13

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
  - rivedere la teoria sul testo
  - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- **Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: mercoledì 29 agosto**

ALGEBRA
Equazioni fratte
Risolvi dopo aver individuato le condizioni di esistenza:

326 $\frac{4x}{x+1}+\frac{1-4x}{x}=0$ $\frac{1}{3}$

327 $\frac{2}{x-8}+\frac{1}{x}=\frac{3}{2(x-8)}$ $\frac{16}{3}$

328 $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{2x-5}+\frac{2}{5(3-x)}=0$ $\frac{30}{11}$

329 $\frac{4x}{6x-1}-\frac{x+2}{3x+1}=\frac{1}{3}$ $\frac{7}{24}$

330 $\frac{5}{x+2}+\frac{2}{x-2}-1=\frac{1}{2-x}-\frac{x^2}{x^2-4}$ 0

331 $\frac{a}{2a+10}-\frac{5}{3a+15}=\frac{a-1}{12(a+5)}$ $\frac{19}{5}$

358 $\frac{1}{x^2-x+2x-2}+\frac{2}{x^2-4}=\frac{5}{x^2-2x+2-x}$ -7

359 $\left(\frac{2x-5}{3x^2-6x}+\frac{1-2x}{x^2+4-4x}\right):\frac{2(2x^2+3x-5)}{(1-x)^2-1}+\frac{1}{x+2}=0$ 4

360 $\left(\frac{3}{2x-1}-\frac{1}{2x-2x^2-1+x}\right)\cdot\frac{(x+1)^2-(x^2+2)}{4-12x+9x^2}=\frac{1}{(2-x)(x-1)}$ imp.

361 $\left(\frac{1}{1-2x}+\frac{1}{x}\right):\frac{x-2}{x-2x^2}-\left(\frac{2x+1}{x}-\frac{3x}{x-2}\right)=0$ $-\frac{1}{2}$

Equazioni riconducibili a equazioni di primo grado
Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al 1°, utilizzando la legge di annullamento del prodotto:

389 *a)* $x^2+3x=0$
b) $4x^2-9=0$

390 *a)* $x^3-2x^2=0$
b) $x^3-2x^2+x=0$

391 *a)* $x^2+3x-x-3=0$
b) $9x^2-\frac{1}{36}=0$

392 *a)* $(x-2)^2-(x-2)=0$
b) $x^3+x^2-x-1=0$

393 *a)* $x-5x^2-1+5x=0$
b) $3x^2-x+3-9x=0$

424 $x^2 - 5x + 4 = 0$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

425 $x^2 + 5x + 6 = 0$

$x^2 + x + 12 = 0$

426 $3x^2 - 4x + 1 = 0$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$

427 $6x^2 - x - 1 = 0$

428 $7x - 4x^2 + 2 = 0$

429 $2x^2 - 11x - 40 = 0$

Disequazioni / sistemi di disequazioni di primo grado

681 $\frac{x+3}{2} - 2 \cdot \frac{x-2}{3} + \frac{x}{6} \geq 3 \cdot \frac{(x+2)}{6} - \frac{x}{2} + x$ $\qquad x \leq \frac{11}{6}$

682 $\frac{x^2-2}{5} + \frac{(x-3)(x+3)}{3} + \frac{x}{5} < \frac{8(x^2-4)}{15} + \frac{2x-1}{3}$ $\qquad x > -2$

683 $3 \cdot \frac{(x+2)}{7} + \frac{3\left[(x-1)(x+1)\right]}{2} < \frac{21x^2+14x+7}{14} - x$ $\qquad x < \frac{8}{3}$

684 $\frac{2(3x-1)}{3} - \frac{3(x+2)}{2} > \frac{x+1}{6} + \frac{1}{12}\left(x - \frac{6}{2}\right)$ $\qquad x > \frac{43}{3}$

685 $\frac{2y}{1-\frac{7}{3}} + \frac{4(y+1)}{\frac{2}{3}+\frac{12}{6}} < y + \frac{2y-1}{1-\frac{1}{2}}$ $\qquad x > \frac{7}{10}$

686 $x + \frac{\frac{3x-2}{2}}{3} - \frac{\frac{x+3}{3}}{2} \geq \frac{2x+1}{2} - 3x + 1$ $\qquad x \geq \frac{7}{10}$

708 $\begin{cases} 2x+7>0 \\ 3x+6<0 \end{cases}$ $\qquad -\frac{7}{2} < x < -2$

709 $\begin{cases} 3x+1 \geq 4 \\ x-5<6 \end{cases}$ $\qquad 1 \leq x < 11$

710 $\begin{cases} 2x+4 > x+3 \\ 3x+1 \geq 2(x-1)+2 \end{cases}$ $\qquad x > -1$

711 $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+6) - 4x(3-4x) < (4x+1)^2 - x \\ 2(x+3) - 3(x-1) \geq 3(1-x) + 2 \end{cases}$ $\qquad x > \frac{4}{37}$

712 $\begin{cases} x^2 + \frac{x-2}{6} - \frac{4(x+1)}{3} \leq (2-x)^2 \\ (x+1)(3-x) + \frac{1}{2}x > 1 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \end{cases}$ $\qquad -\frac{9}{14} < x \leq 2$

Sistemi di equazioni di primo grado

Risolvi i seguenti sistemi di 1° grado scegliendo il metodo che ritieni più opportuno (alterna i diversi metodi):

64. $\begin{cases} (x+2)(5-y)+2=x(1-y) \\ 2(x-3y)-3(x+y)+16=0 \end{cases}$ $[-2;\ 2]$

65. $\begin{cases} \dfrac{x+2y-3}{2}-\dfrac{2x-y+1}{3}=1 \\ (x+3)^2-x(x+1)-2(y+5)=1 \end{cases}$ $\left[\dfrac{25}{19};\ \dfrac{87}{38}\right]$

66. $\begin{cases} (3x-1)^2+4x+5=(3x-1)(3x+1)+y \\ \dfrac{y-x+1}{2}=\dfrac{x+y}{5} \end{cases}$ $[2;\ 3]$

67. $\begin{cases} (x-2)(x+2)-(x+1)^2-y=-3 \\ \dfrac{2x-y}{3}-\dfrac{x+2y}{2}=\dfrac{8}{3} \end{cases}$ $[0;\ -2]$

68. $\begin{cases} \dfrac{3x-4y}{2}+\dfrac{y-2x}{4}=-\dfrac{25}{4} \\ \dfrac{x-y}{\frac{1}{2}}-\dfrac{2x+y}{1-\frac{3}{2}}=x-5 \end{cases}$ $[-1;\ 3]$

Sistemi di tre equazioni

219. $\begin{cases} x-\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{2}=8 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}-\dfrac{z}{6}=1 \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{4}=7 \end{cases}$ $[3;\ 6;\ 12]$

220. $\begin{cases} 2y-x=z+1 \\ 4z-x=2y-4z \\ 2y-3z=5y-3x \end{cases}$ $[10;\ 7;\ 3]$

230. $\begin{cases} 3x+2y+4z=2 \\ \dfrac{x-2y}{2}+\dfrac{x+z}{3}+1=0 \\ \dfrac{x+y+z}{2}+\dfrac{1}{2}=y \end{cases}$ $[0;\ 1;\ 0]$

231. $\begin{cases} (x-y)(x-1)+z=x(x-y)-6 \\ \dfrac{x+z}{3}-y=4 \\ (z+1)^2-z(z+2)+y+x=1 \end{cases}$ $[3;\ -3;\ 0]$

Eseguire i calcoli usando i teoremi sui radicali.

293 $\sqrt[6]{8} - 5\sqrt[10]{32} + 13\sqrt[4]{4} + 8\sqrt[8]{16}$ $\quad [13 + 4\sqrt{2}]$

294 $[(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{6} - 1)]^2 + 3(\sqrt{6} + 1)$ $\quad [8 + \sqrt{6}]$

295 $(4\sqrt{8} - 2\sqrt{72} + 5\sqrt{18})\sqrt{2}$ $\quad [22]$

296 $\sqrt[3]{2}\,(3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{32})$ $\quad [10]$

297 $\dfrac{\sqrt[3]{11} \cdot \sqrt[4]{11^3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt[3]{5^2}}$ $\quad \left[\dfrac{\sqrt[12]{11^7}}{\sqrt[6]{5}}\right]$

298 $(2\sqrt[3]{3} + 1)\,(4\sqrt[3]{9} + 1 - 2\sqrt[3]{3})$ $\quad [25]$

299 $(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{6})(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{36})$ $\quad [-4]$

300 $\left(\sqrt{2\sqrt[3]{8}} : \sqrt[4]{16\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt[8]{2}}\right)^2 - \dfrac{2}{\sqrt[4]{2}}$ $\quad [\sqrt[4]{2^3}]$

301 VERO O FALSO?

a) $\sqrt{3}\,\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{12}$ V F

b) Per moltiplicare due radicali di indice diverso prima li si porta allo stesso indice. V F

c) $\sqrt[3]{4}\,\sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{4^4\,5^3}$ V F

Eseguire le operazioni.

302 $\sqrt{4ab} \cdot \sqrt[5]{a^3b^3} \cdot \sqrt[4]{16a^2b^2}$ $\quad [8\sqrt[5]{a^8b^8}]$

303 $\sqrt[8]{x^2y^3} \cdot \sqrt{5x^2y} \cdot \sqrt{8x^3y}$ $\quad [2\sqrt{10}\,\sqrt[8]{x^{22}y^{11}}]$

304 $\sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{a}} \cdot \sqrt{a}$ $\quad [a\sqrt[3]{ab}]$

305 $\sqrt{4x^2} \cdot \sqrt[6]{8x^2y^2} \cdot \sqrt[5]{2xy^3}$ $\quad [2x\sqrt[30]{2^{21}x^{16}y^{28}}]$

306 $2\sqrt{9x} - 3\sqrt{16x} + 5\sqrt[4]{81x^2} + \sqrt[6]{64x^3}$ $\quad [11\sqrt{x}]$

Problemi

251 Al tavolo di un bar hanno consumato due caffè e quattro bibite spendendo 11 euro. Al tavolo a fianco, per tre caffè e due bibite hanno speso 8,5 euro. Quanto costa un caffè? [1,5 euro]

252 Un cinema ha 400 posti. Il prezzo di un biglietto in platea è di 12 euro, mentre in galleria è 15 euro. Quando il cinema è completo l'incasso è di 5340 euro. Quanti sono i posti in platea e quanti in galleria? [220; 180]

253 Ho in tasca 13 banconote, da 20 euro e da 50 euro. In totale ho 470 euro. Quante sono le banconote da 50? [7]

254 Durante una vendita promozionale mi vengono fatte due offerte: se compro 5 paia di pantaloni e 2 giacche spendo 821 euro mentre se compro 3 completi giacca e pantalone spendo 826,50 euro. Quanto costa ogni giacca e ogni pantalone? [pantalone 90 euro e giacca 185,50 euro]

255 La somma di 2000 euro è formata da banconote da 50 e da 100. Quante sono le banconote dei due tipi se in tutto sono 30? [20; 10]

256 **Andrea e Barbara al bar**

Andrea: «Quattro sandwiches e cinque birre. Quanto viene?»

Il cassiere: «24,50 euro.»

Barbara: «Tre sandwiches e sette birre.»

Il cassiere: «20 euro.»

Barbara: «Mi scusi, ma deve esserci un errore!»

261 Trovare due numeri sapendo che il loro rapporto è $\frac{7}{3}$ e che la loro somma è 80. [56; 24]

262 Il rapporto tra due numeri è $\frac{5}{3}$ e la loro somma è 24. Trovare i due numeri. [15; 9]

263 Il rapporto tra la somma di due numeri e la loro differenza è $\frac{11}{5}$; mentre la somma tra $\frac{1}{4}$ del maggiore e $\frac{1}{3}$ del minore è 12. Trovare i due numeri. [12; 32]

265 Se ai $\frac{3}{5}$ di un numero si aggiungono i $\frac{2}{7}$ di un altro si ottiene 30. Inoltre la metà del primo numero diviso per $\frac{1}{6}$ del secondo dà per quoziente 2 e resto 1. Trovare i due numeri. [30; 42]

266 La somma di due numeri è 48. Trovare i numeri sapendo che la somma del quadruplo del primo con 5 supera di 57 il triplo del secondo. [20; 28]

267 La somma di un numero con il triplo di un altro numero è 8. Sapendo che il doppio del primo con il sestuplo del secondo danno per somma 10, determinare i due numeri. [imposs.]

268 La differenza tra due numeri è 24. Se si aumenta di 8 ogni numero, i due nuovi numeri sono uno il triplo dell'altro. Quali sono i numeri? [28; 4]

Problemi del passato

275 **Problemi egizi (1850 a.C.)**

a) L'area di un rettangolo è 12. La sua larghezza è $\frac{3}{4}$ della lunghezza. Quali sono le dimensioni?

b) Un lato di un triangolo rettangolo è due volte e mezzo l'altro lato. L'area misura 20. Quanto misurano i lati?

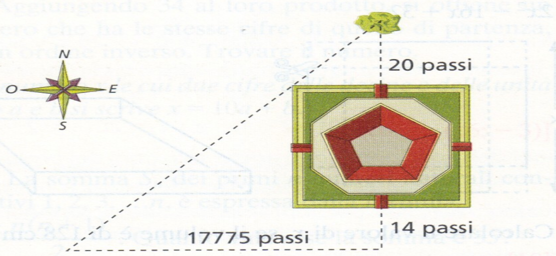
[a: 3; 4; b: 10, 4]

276 **Un problema babilonese (1800 a.C.)**

Un'area di 1000 m^2 è composta di due quadrati. Il lato di un quadrato misura 10 m di meno dei $\frac{2}{3}$ del lato dell'altro quadrato.
Quanto misurano i lati dei due quadrati? [10; 30]

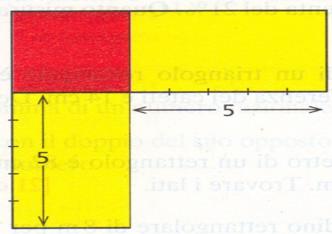
277 **Problema cinese**

Una fortezza di dimensioni non note ha forma cubica e una porta al centro di ogni lato. Un albero si trova a 20 passi dalla porta nord, all'esterno della fortezza. È visibile da un punto che si raggiunge, partendo dalla porta sud, facendo 14 passi verso Sud e poi 17 775 passi verso Ovest. Quanto misura il lato della fortezza?



278 **Un problema di Al–Khuwarizmi**

Un quadrato ha due rettangoli, ciascuno lungo 5 unità, costruiti su due lati. Se l'area totale è di 64 unità quadrate, quanto è il lato del quadrato?



(Si tratta di un problema di più di 1000 anni fa. Non sapendo risolvere un'equazione di II grado, veniva risolto con una costruzione geometrica.) [3]

279 **Un problema di Diofanto (250 a.C.)**

Si cercano due numeri che danno per somma 20 e prodotto 96. Trovare i due numeri.

(Il metodo suggerito da Diofanto è di indicare il più grande dei due numeri con $10 + n$ e il minore con $10 - n$...) [12; 8]

280 **Problema assiro (300 a.C.)**

Base e altezza di un rettangolo misurano insieme 14. L'area misura 48. Quali sono le misure della base e dell'altezza? [8; 6]

281 **Problema indù del IX secolo**

Un quarto di un branco di cammelli è stato avvistato nella foresta. Due volte la radice quadrata del branco si è arrampicata sui pendii di una montagna. E tre volte cinque cammelli sono rimasti sulla riva del fiume. Quanti sono i cammelli del branco? [36]

GEOMETRIA

Rette perpendicolari e parallele

4 Sia ABC un triangolo rettangolo, di ipotenusa BC. Conduci la bisettrice CP e indica con H la proiezione di P su BC. Dimostra che il triangolo ACH è isoscele sulla base AH.

6 Siano a e b due rette parallele. Considera un punto $A \in a$, un punto $B \in b$ e conduci per un punto P del segmento AB una retta che interseca a in C e b in D. Dimostra che i triangoli APC e BPD hanno gli angoli congruenti.

7 Sia ABC un triangolo. Sulla parallela alla retta BC passante per A considera un punto D, appartenente allo stesso semipiano avente come origine la retta AB a cui appartiene il triangolo, tale che $AD \cong BC$. Dimostra che i due triangoli ABC e ADC sono congruenti.

8 Due triangoli ABC e ABD appartengono a semipiani opposti aventi come origine AB e sono tali che $AC \cong BD$ e $BC \cong AD$. Dimostra che $AC \parallel BD$.

9 Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB. Conduci una parallela ad AB che interseca AC in D e BC in E. Considera su AB il punto F tale che $AF \cong DE$ e dimostra che $AD \parallel EF$. Conduci poi da B la parallela a EF che incontra in G il prolungamento di DE e dimostra che $AD \cong EB \cong EF \cong BG$.

Parallelogrammi e trapezi

7 Sulla diagonale AC di un parallelogramma $ABCD$, considera due punti P e Q tali che $AP \cong QC$. Dimostra che $PBQD$ è un parallelogramma.

8 Dato un segmento PQ, di punto medio M, traccia due rette p e q, passanti rispettivamente per P e Q, parallele fra loro. Una retta r, passante per M, interseca p in R e q in S. Dimostra che $PSQR$ è un parallelogramma.

9 Sia $ABCD$ un parallelogramma e siano M, N, P e Q i punti medi di AB, BC, CD e AD. Dimostra, nell'ordine, che:

a. AMQ e CNP sono congruenti

b. PDQ e MBN sono congruenti

c. $QM \parallel PN$

10 Considera un triangolo ABC, isoscele sulla base AB. Traccia la bisettrice dell'angolo esterno di vertice C del triangolo e indica con D il punto d'intersezione della retta cui appartiene tale bisettrice con la retta passante per B e per il punto medio di AC. Dimostra, nell'ordine, che:

a. la bisettrice è parallela al lato AB;

b. il quadrilatero $ABCD$ è un parallelogramma.

Problemi algebrico-geometrici

14. In un triangolo rettangolo la metà dell'ampiezza di un angolo acuto supera di 30° l'altro angolo acuto. Determinare i due angoli acuti.
[80°; 10°]

19. In un trapezio due angoli opposti sono uno il doppio dell'altro. Sapendo che la somma di 1/8 del minore con 1/2 del maggiore è un angolo retto, determinare i quattro angoli del trapezio.
[20°, 80°, 100°, 160°]

24. Due angoli consecutivi di un parallelogrammo differiscono di 126°. Trovare gli angoli del parallelogrammo.
[153°, 27°]

27. L'altezza di un rettangolo è i 3/4 della base. Sapendo che la misura del perimetro del rettangolo è 84, determinare le dimensioni.
[18; 24]

36. Il rapporto tra i cateti di un triangolo rettangolo è 3/4 e la loro somma misura 28. Calcolare perimetro e area del triangolo.
[48; 96]

48. In un trapezio isoscele la misura del perimetro è 180, quella del lato obliquo è 29 e la differenza delle basi è 42. Calcolare l'area.
[1220]

Geometria analitica: retta nel piano cartesiano

Sul testo di algebra 2 i seguenti esercizi: pag. 190 n. 94, 97, 99, 106, 107, 110, 116. Pag. 193 n. 136, 137, 150, 156, 157, 189, 200, 210, 233, 241, 242, 243, 244.

Busto Arsizio, 7 giugno 2012

L'insegnante
prof. Enrico Rigon