ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"
Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R
Liceo delle Scienze Umane VAPM027011
Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)
www.liceocrespi.it-*Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lccrespi@tin.it*
C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D

UNI EN ISO 9001: 2008
CertINT® 2010

Classe 4 N Liceo Linguistico - Anno Scolastico 2011-2012 prof. Enrico Rigon

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
  - 6: il 60% degli esercizi, per ogni argomento, a propria scelta
  - 7 o 8: il 40% degli esercizi, per ogni argomento, a propria scelta
  - 9 o 10: il 25% degli esercizi, per ogni argomento, a propria scelta
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2012-13

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
  - rivedere la teoria sul testo
  - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- **Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: lunedì 29 agosto**

GEOMETRIA ANALITICA

Circonferenza

Scrivere le equazioni delle circonferenze di centro C e raggio r.

1. $C(-2; 0)$ $r = 1$ $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$

2. $C(0; \sqrt{2})$ $r = \sqrt{2}$ $x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}\,y = 0$

3. $C\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ $r = \frac{1}{2}$ $16x^2 + 16y^2 - 16x - 24y + 9 = 0$

Verificare se le equazioni date rappresentano circonferenze reali; in caso affermativo determinarne centro e raggio.

4. $x^2 + y^2 + 9 = 0$ No

5. $x^2 + y^2 - 4x = 0$ Sì, $C(2; 0)$; $r = 2$

6. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ Sì; $C(1; 1)$; $r = \sqrt{2}$

7. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 25 = 0$ No

8. $x^2 + y^2 - 3x - 3y + 1 = 0$ Sì; $C\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$; $r = \sqrt{\frac{7}{2}}$

9. $5x^2 + 5y^2 - x - y + 4 = 0$ No

10. Scrivere l'equazione della circonferenza che ha per diametro il segmento AB con $A(1; 0)$ e $B(3; 2)$.

$$(x-2)^2+(y-1)^2=2$$

11. Scrivere l'equazione della circonferenza avente centro in $(1; 3)$ e tangente alla retta di equazione: $4x-5y+1=0$

$$(x-1)^2+(y-3)^2=\frac{100}{41}$$

12. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per $A(1; 4)$ e $B(-2; 1)$ e avente il centro C sulla retta $3x-y+4=0$.

$$x^2+y^2+x-5y+2=0$$

13. Determinare l'equazione della circonferenza di centro $C(2; 1)$ e tangente all'asse del segmento di estremi $A(-2; 0)$ e $B(1; 2)$. Determinare l'area del triangolo ABC.

$$x^2+y^2-4x-2y+\frac{35}{52}=0;\ \text{area}=\frac{5}{2}$$

14. Dopo aver verificato che il triangolo di vertici $A(1; -1)$, $B(3; 1)$ e $C(-1; 3)$ è isoscele, scrivere l'equazione della circonferenza ad esso circoscritta.

$$\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\left(y-\frac{4}{3}\right)^2=\frac{50}{9}$$

15. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti (0; 0), (1; 2) e (–2; 1).

$x^2 + y^2 + x - 3y = 0$

16. Dopo aver determinato i punti A e B d'intersezione tra la circonferenza avente per centro l'origine e raggio uguale a 2 con la bisettrice del 1° e 3° quadrante, detto C uno dei due punti d'intersezione con l'asse y, determinare l'area del triangolo ABC.

$A(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$; $B(\sqrt{2}; \sqrt{2})$; area $= 2\sqrt{2}$

Stabilire se la retta r è secante, tangente o esterna rispetto alla circonferenza γ.

17. **a.** γ: $x^2 + y^2 - 4x = 0$ $\quad r$: $x + 2y - 1 = 0$ secante

b. γ: $x^2 + y^2 - 4x = 0$ $\quad r$: $x - y + 4 = 0$ esterna

c. γ: $x^2 + y^2 - 4x = 0$ $\quad r$: $x + y + 2\sqrt{2} - 2 = 0$ tangente

18. **a.** γ: $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ $\quad r$: $y = 0$ secante

b. γ: $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ $\quad r$: $2x + 3y - 6 = 0$ secante

Determinare le equazioni delle rette passanti per il punto P e tangenti alla circonferenza γ.

19. $P(1; 3)$ $\quad \gamma$: $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ $\quad y - 3 = \pm\sqrt{3}(x - 1)$

20. $P(3; -3)$ $\quad \gamma$: $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$ $\quad x = 3$; $y = -3$

21. $P(0; 0)$ $\quad \gamma$: $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ $\quad x + 2y = 0$

22. Scrivere l'equazione della circonferenza tangente nell'origine alla retta $3x - y = 0$ e passante per $P\left(0; -\frac{53}{13}\right)$.

$x^2 + y^2 - \frac{53}{13}(3x - y) = 0$

23. Scrivere l'equazione della circonferenza avente per tangente nell'origine la bisettrice del 2° e 4° quadrante e tangente alla retta $x = 2y - 5$.

$x^2 + y^2 + \frac{10}{9}(1 \pm \sqrt{10})(x + y) = 0$

24. Data la circonferenza di equazione:

$$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 10 = 0$$

sia D il suo centro. Le tangenti condotte dall'origine O toccano la circonferenza in A e B. Trovare l'equazione della circonferenza passante per O, A, B dopo aver verificato che ha per diametro OD.

$x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

Parabola

Determinare le equazioni delle parabole aventi il fuoco e la direttrice indicati.

25. $F(1;2)$ $\quad d: y = 3$ $\qquad y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2$

26. $F\left(0;\frac{5}{4}\right)$ $\quad d: y = \frac{3}{4}$ $\qquad y = x^2 + 1$

27. $F\left(0;\frac{1}{4}\right)$ $\quad d: y = -\frac{1}{4}$ $\qquad y = x^2$

Dopo aver determinato le coordinate del fuoco F, del vertice V, le equazioni della direttrice e dell'asse di simmetria, disegnare le seguenti parabole.

28. $y = \frac{1}{2}x^2$ $\qquad F\left(0;\frac{1}{2}\right);\ V(0;0);\ y = -\frac{1}{2};\ x = 0$

29. $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ $\qquad F(0;0);\ V(0;-1);\ y = -2;\ x = 0$

30. $y = 2x^2 - 4x$ $\qquad F\left(1;-\frac{15}{8}\right);\ V(1;-2);\ y = -\frac{17}{8};\ x = 1$

31. Determinare l'equazione della parabola con vertice $(2;-1)$ e direttrice $y = 3$.

$(x-2)^2 = -16(y+1)$

32. Determinare l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ avente vertice in $(1;-1)$ e passante per $(2;3)$.

$(x-1)^2 = \frac{1}{4}(y+1)$

33. Determinare l'equazione della parabola avente per asse di simmetria la retta $x = 1$ e passante per i punti $(0;1)$ e $(-1;4)$.

$y = x^2 - 2x + 1$

34. Determinare l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ avente vertice in $V(0;4)$ e passante per il punto $(1;8)$.

$y = 4x^2 + 4$

35. **Determinare l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ passante per i punti $(0; 3)$, $(1; 8)$ e $(-2; -1)$.**

$y = x^2 + 4x + 3$

Determinare le equazioni delle rette passanti per P e tangenti alla parabola γ.

36. $P(0; 2)$ $\quad \gamma: y = -x^2 + 5x - 4$ $\quad y = (5 \pm 2\sqrt{6})x + 2$

37. $P(1; 0)$ $\quad \gamma: y = -x^2 + 5x - 4$ $\quad y = 3x - 3$

$y = (-5 \pm 2\sqrt{6})x$

38. Determinare la misura della corda staccata dalla parabola $y = -x^2 + 5x - 6$ sulla retta $x + y + 1 = 0$.

$[4\sqrt{2}]$

39. Determinare per quale valore di q la retta $y = -x + q$ è tangente alla parabola $y = x^2 - 3x + 1$ e calcolare le coordinate del punto di contatto. $[0;\ (1\ ;\ -1)]$

40. Scrivere l'equazione della retta tangente alla parabola $x = -y^2 + 3y$ nel suo punto di ordinata 2.

$[x + y - 4 = 0]$

41. Trovare le intersezioni della parabola $y = -x^2 + 4x - 3$ con la retta $y = \dfrac{7}{16}$ e trovare la misura della corda intercettata dalla parabola.

$$\left[\left(\frac{5}{4}\ ;\ \frac{7}{16}\right);\ \left(\frac{11}{4}\ ;\ \frac{7}{16}\right);\ \frac{3}{2}\right]$$

42. Si determinino le equazioni delle tangenti alla parabola di equazione $y = \dfrac{1}{8}x^2 - \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$ uscenti dal punto $P\left(\dfrac{1}{3};\ -3\right)$ e le coordinate dei punti di contatto. Determinare inoltre la retta passante per i punti di contatto e verificare che essa passa per il fuoco della parabola.

$$\left[y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2};\ y = \frac{2}{3}x - \frac{29}{9};\ \left(-4\ ;\ \frac{7}{2}\right);\ \left(\frac{14}{3}\ ;\ -\frac{1}{9}\right);\ 5x + 12y - 22 = 0\right]$$

GONIOMETRIA

Valori delle funzioni goniometriche, archi associati, formule goniometriche

Calcolare il valore delle seguenti espressioni.

1. $\text{sen}\ \frac{\pi}{2} + 2\ \text{sen}\ \pi - 3\ \text{sen}\ \frac{3}{2}\pi - 2\ \text{sen}\ 0$ — 4

2. $4\ \text{sen}\ 2\pi - \frac{3}{2}\ \text{sen}\ \frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\ \text{sen}\ \frac{5}{2}\pi - \frac{1}{2}\text{sen}\ \pi$ — 1

3. $5\ \text{sen}\ \frac{\pi}{2} - 4\ \text{sen}\ \frac{7}{2}\pi - 5\ \text{sen}\ 2\pi + \frac{1}{2}\ \text{sen}\ 0$ — 9

4. $2\ \text{sen}\ \frac{\pi}{4} - \sqrt{2}\ \text{sen}\ \frac{3}{2}\pi - 4\ \text{sen}\ \frac{\pi}{3}$ — $2(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

5. $\text{sen}\ 7\pi + \sqrt{2}\ \text{sen}\ \frac{\pi}{4} - \text{sen}\ \frac{3}{2}\pi + 4\ \text{sen}\ \frac{\pi}{6} - 5\ \text{sen}\ 3\pi$ — 4

6. $\text{sen}^2\ 6\pi + \text{sen}^2\ \frac{5}{2}\pi - \text{sen}^2\ \frac{\pi}{4} - \text{sen}^2\ 5\pi$ — $\frac{1}{2}$

7. $3\cos 0° - 4\cos 90° - 5\ \text{sen}\ 90° + 4\cos 60°$ — 0

8. $\text{sen}\ \frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4} + \text{sen}\ \frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{6}$ — 0

9. $8\cos\frac{\pi}{3} + 4\ \text{sen}\ \frac{\pi}{6} - \sqrt{2}\ \text{sen}\ \frac{\pi}{4} + \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}$ — 6

10. $\text{sen}\ 90° - \cos 30° + 2\ \text{sen}\ 60° + \text{sen}\ 180°$ — $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

11. $\dfrac{3\ \text{sen}\ \frac{3}{2}\pi\left(\frac{4}{3}\ \text{sen}\ \frac{\pi}{2} - 4\ \text{sen}\ \pi\right)}{5\cos\frac{3}{2}\pi + 7\cos\pi(1 - \cos\pi)}$ — $\frac{2}{7}$

12. $\dfrac{\text{tg}\pi + \text{ctg}\frac{3}{2}\pi - 3\ \text{sen}\left(-\frac{5}{2}\pi\right)}{\text{sen}^2\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos^2(-\pi)}$ — $\frac{3}{2}$

13. $\dfrac{\text{tg}\ 4\pi + \text{ctg}\left(-\frac{7}{2}\pi\right) + 4}{[\text{sen}\ \pi - 2\cos(-\pi)]^2}$ — 1

14. $\dfrac{\sqrt{2}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{4} + \sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} - \text{tg}\,\frac{\pi}{3}\,\text{ctg}\,\frac{\pi}{3}}{\text{ctg}\,\frac{\pi}{6} + \text{tg}\,\frac{\pi}{6}}$ $\frac{3}{8}\sqrt{3}$

15. $\dfrac{2\,\text{tg}\,45° - \text{tg}\,360° + \text{ctg}\,90°}{2\cos 30° - \text{sen}\,90°}$ $\sqrt{3}+1$

Determinare i valori delle rimanenti funzioni goniometriche dell'arco α sapendo che:

16. $\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{3}$ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\text{tg}\,\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; $\text{ctg}\,\alpha = 2\sqrt{2}$

17. $\cos\alpha° = -\frac{3}{5}$ $90° < \alpha° < 180°$ $\text{sen}\,\alpha° = \frac{4}{5}$; $\text{tg}\,\alpha° = -\frac{4}{3}$; $\text{ctg}\,\alpha° = -\frac{3}{4}$

18. $\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{4}$ $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\text{tg}\,\alpha = -\frac{1}{\sqrt{15}}$; $\text{ctg}\,\alpha = -\sqrt{15}$

19. $\text{tg}\,\alpha = \frac{24}{7}$ $-2\pi < \alpha < -\frac{3}{2}\pi$ $\text{ctg}\,\alpha = \frac{7}{24}$; $\text{sen}\,\alpha = \frac{24}{25}$; $\cos\alpha = \frac{7}{25}$

20. $\text{ctg}\,\alpha = \frac{7}{24}$ $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$ $\text{tg}\,\alpha = \frac{24}{7}$; $\text{sen}\,\alpha = -\frac{24}{25}$; $\cos\alpha = -\frac{7}{25}$

Calcolare il valore delle seguenti espressioni.

21. $\text{sen}\,\frac{5}{6}\pi + \cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right) + \text{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \text{tg}\left(-\frac{7}{6}\pi\right) + \text{tg}\,(-3\pi)$ $-1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

22. $\text{sen}\,\frac{\pi}{4} + \cos\frac{3}{4}\pi + \text{tg}\left(-\frac{5}{4}\pi\right) + \text{ctg}\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$ -1

23. $\text{tg}\,\frac{4}{3}\pi + \text{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \text{tg}\,(-\pi) + \text{sen}\,\frac{4}{3}\pi$ $\frac{\sqrt{3}}{6}$

24. $\text{tg}\,30° + \text{ctg}\,60° - \text{sen}\,120° + \cos(-30°)$ $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

25. $\dfrac{\text{sen}\,\frac{5}{6}\pi - \sqrt{3}\cos\frac{5}{6}\pi + \sqrt{3}\cos\left(-\frac{7}{6}\pi\right)}{\text{tg}^2\,\frac{7}{6}\pi}$ $\frac{3}{2}$

26. $\dfrac{2\,\text{tg}\,225° + 4\,\text{ctg}\,(-45°)}{2\,\text{sen}\,210° - 1}$ 1

27. $\text{sen}\,\frac{7}{2}\pi - 3\cos\frac{5}{6}\pi + \text{tg}\,\frac{\pi}{6} - 6\dfrac{\text{ctg}\,\frac{\pi}{3}}{\text{sen}\,\frac{2}{3}\pi}$ $\dfrac{-30+11\sqrt{3}}{6}$

28. $$\frac{\text{tg}\frac{7}{4}\pi - \cos\frac{7}{4}\pi}{\text{tg}\frac{\pi}{3} + \text{ctg}\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{\text{ctg}\frac{\pi}{6} + \text{tg}\frac{7}{6}\pi}{\text{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \text{sen}\frac{\pi}{4}}$$ 1

29. $$\frac{\text{tg}^2\frac{5}{3}\pi + \text{ctg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\text{sen}^2\left(-\frac{2}{3}\pi\right) + \cos^2\frac{4}{3}\pi}$$ 6

30. $$\frac{\text{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \text{ctg}\left(-\frac{7}{6}\pi\right)}{\text{sen}\frac{\pi}{3} - \cos\left(-\frac{5}{6}\pi\right)}$$ -2

31. $$\frac{\text{tg}(-135°) + \text{tg}(-300°)}{\text{ctg}(-30°) + 1}$$ $-2-\sqrt{3}$

Sfruttando le relazioni tra gli archi associati, semplificare le seguenti espressioni, esprimendo il risultato per mezzo delle funzioni goniometriche dell'arco di misura α.

32. $2\,\text{sen}(\pi - \alpha) + \cos(\pi - \alpha) - \text{sen}\,\alpha + 3\cos\alpha$ $\text{sen}\,\alpha + 2\cos\alpha$

33. $2\,\text{sen}(180° - \alpha°) - \cos^2(180° - \alpha°) + 2$ $(\text{sen}\,\alpha° + 1)^2$

34. $[1 + \text{tg}(\pi - \alpha)](1 + \text{tg}\,\alpha) + \dfrac{\text{sen}(\pi - \alpha)\cos(\pi - \alpha)}{\text{ctg}\,\alpha}$ $\cos^2\alpha - \text{tg}^2\alpha$

35. $$\frac{\text{ctg}(180° - \alpha°) - \text{tg}(180° - \alpha°)}{\text{tg}\,\alpha° - \text{ctg}\,\alpha°}$$ 1

36. $\text{tg}(\pi - \alpha)\,\text{ctg}\,\alpha - \text{ctg}(\pi - \alpha)\,\text{tg}\,\alpha$ 0

37. $$\frac{1}{1 + \cos(\pi + \alpha)} + \frac{\cos(\pi + \alpha)}{1 - \cos^2(\pi + \alpha)}$$ $\dfrac{1}{\text{sen}^2\alpha}$

38. $$\frac{\text{tg}(\pi + \alpha) + \text{tg}\,\alpha}{\text{sen}(\pi + \alpha)} - \frac{1}{\cos(\pi + \alpha)}$$ $-\dfrac{1}{\cos\alpha}$

39. $$\frac{\text{sen}(\pi + \alpha)}{\text{sen}(\pi + \alpha) - \cos(\pi - a)} - \frac{\cos(\pi + \alpha)}{\text{sen}(\pi - \alpha) + \cos(\pi + \alpha)}$$ $\dfrac{\text{sen}\,\alpha + \cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha - \cos\alpha}$

Sviluppare mediante le formule di addizione e sottrazione ed eventualmente semplificare le seguenti espressioni.

40. $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$ — 0

41. $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\alpha\right)$ — $\frac{\sqrt{3}-1}{2}(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha)$

42. $\operatorname{sen}\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ — $\sqrt{2}\operatorname{sen}\alpha$

43. $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$ — $\frac{\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha}{2}$

44. $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-\operatorname{sen}\left(\frac{2}{3}\pi+\alpha\right)+2\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{5}{6}\pi+\alpha\right)$ — $\frac{3\cos\alpha-(\sqrt{3}-2)\operatorname{sen}\alpha}{2}$

45. $\sqrt{2}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{3}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}\alpha$ — $\frac{5}{2}\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha$

46. $2\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)-2\operatorname{sen}\left(\alpha-\frac{3}{4}\pi\right)\cos\left(\frac{5}{4}\pi-\alpha\right)$ — $-4\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$

47. $\cos^2\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)-\operatorname{sen}^2\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)$ — $-\frac{3}{4}$

48. In un triangolo due angoli hanno ampiezze α e β. Sapendo che:

$$\beta=\frac{\pi}{4} \qquad \text{e} \qquad \cos\alpha=-\frac{1}{5}$$

determinare le funzioni goniometriche del terzo angolo γ.

$\operatorname{sen}\gamma=\frac{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}{10}$; $\cos\gamma=\frac{4\sqrt{3}+\sqrt{2}}{10}$

Equazioni Goniometriche

1. $\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi;\ x = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

2. $\cos x = -\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\operatorname{sen} 3x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $x = \pm\frac{2}{3}\pi + 2k\pi$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{18} + \frac{2}{3}k\pi;\ x = \frac{5}{18}\pi + \frac{2}{3}k\pi$

3. $2\operatorname{sen} 2x - \sqrt{3} = 0$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{6} + k\pi;\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

4. $\operatorname{sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$ $\qquad$ $x = \frac{11}{12}\pi + k\pi$

5. $\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{sen} 2x$ $\qquad$ $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi;\ x = \frac{4}{9}\pi + \frac{2}{3}k\pi$

6. $\operatorname{sen}\left(3x + \frac{\pi}{12}\right) = \operatorname{sen} x$ $\qquad$ $x = -\frac{\pi}{24} + k\pi;\ x = \frac{11}{48}\pi + k\frac{\pi}{2}$

7. $\cos\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $x = \frac{19}{12}\pi + 2k\pi;\ x = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi$

8. $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ $x = k\pi;\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

9. $\cos\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ $\qquad$ $x = \frac{5}{12}\pi + 2k\pi;\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi$

10. $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg} 2x$ $\qquad$ nessuna soluzione

11. $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{4}{3}\pi - x\right)$ $\qquad$ $x = \frac{3}{4}\pi + k\frac{\pi}{2}$

Equazioni riconducibili a elementari

Risolvere le seguenti equazioni.

12. $\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x = 0$ $\qquad$ $x = k\pi;\ x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

13. $2\operatorname{sen}^2 x - 1 = 0$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

14. $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 0$ $\qquad$ $x = k\pi;\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

15. $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{4}{\sqrt{3}}$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{6} + k\pi;\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

16. $2\operatorname{sen}^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$ $\qquad$ $2k\pi;\ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi;\ \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$

17. $4\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ $\qquad$ $k\pi;\ \frac{\pi}{3} + k\pi;\ \frac{\pi}{2} + k\pi;\ -\frac{\pi}{6} + k\pi$

18. $\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x - \cos^2 x = 0$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi;\ x = \frac{5}{6}\pi + k2\pi;\ x = \frac{3}{2}\pi + k2\pi$

19. $\text{tg}^2 x - 2\,\text{tg}x + 1 = 0$ — $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

20. $2\cos^2 x - (2+\sqrt{3})\cos x + \sqrt{3} = 0$ — $x = 2k\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi$

21. $2\cos^2\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) - 5\cos\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) - 3 = 0$ — $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2};\ x = -\frac{5}{24}\pi + k\frac{\pi}{2}$

22. $\text{tg}^3 x - \text{tg}^2 x - 3\,\text{tg}\,x + 3 = 0$ — $x = \frac{\pi}{4} + k\pi;\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$

23. $\text{tg}^4 x - 4\,\text{tg}^2 x + 3 = 0$ — $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2};\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$

24. $\frac{\cos x}{1 + \text{sen}x} + \text{tg}x = 2$ — $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$

Equazioni lineari in seno e coseno

Risolvere le seguenti equazioni.

25. $\text{sen}\,x + \cos x = 0$ — $x = \frac{3}{4}\pi + k\pi$

26. $\text{sen}\,x - \sqrt{3}\cos x = 0$ — $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

27. $\text{sen}\,x - \cos x + 1 = 0$ — $x = 2kx;\ x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$

28. $\sqrt{3}\,\text{sen}x + \cos x - 2 = 0$ — $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

29. $\cos x + \text{sen}\,x + 2 = 0$ — impossibile

30. $\frac{\text{sen}x}{1 + \cos x} = \sqrt{3}$ — $x = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$

Disequazioni elementari o riconducibili a elementari

Risolvere le seguenti disequazioni.

35. $\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad -\frac{\pi}{4}+2k\pi < x < \frac{\pi}{4}+2k\pi$

36. $\operatorname{tg} x > -\sqrt{3}$ $\qquad -\frac{\pi}{3}+k\pi < x < \frac{\pi}{2}+k\pi$

37. $2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)-1<0$ $\qquad \frac{2}{3}\pi+2k\pi < x < 2\pi+2k\pi$

38. $\operatorname{tg} 2x - 1 < 0$ $\qquad -\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$

39. $\sqrt{2}\,\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x > 0$ $\qquad -\pi+2k\pi < x < 2k\pi;\ \frac{\pi}{4}+2k\pi < x < \frac{3}{4}\pi+2k\pi$

40. $\operatorname{ctg}^2 x - \sqrt{3}\operatorname{ctg} x < 0$ $\qquad \frac{\pi}{6}+k\pi < x < \frac{\pi}{2}+k\pi$

41. $2\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x - 1 < 0$ $\qquad -\frac{\pi}{6}+2k\pi < x < \frac{7}{6}\pi+2k\pi;\ x \neq \frac{\pi}{2}+2k\pi$

42. $2\cos^2 x + \cos x - 1 > 0$ $\qquad -\frac{\pi}{3}+2k\pi < x < \frac{\pi}{3}+2k\pi$

43. $2\operatorname{sen}^2 x + 4\cos^2 x > 5\cos x$ $\qquad \frac{\pi}{3}+2k\pi < x < \frac{5}{3}\pi+2k\pi$

Esercizi di ricapitolazione

Risolvere le seguenti disequazioni.

50. $\operatorname{tg} x\left(2\operatorname{sen} x-\sqrt{3}\right)>0$

$\frac{\pi}{3}+2k\pi<x<\frac{\pi}{2}+2k\pi;$
$\frac{2}{3}\pi+2k\pi<x<\pi+2k\pi;\ \frac{3}{2}\pi+2k\pi<x<2\pi+2k\pi$

51. $\sqrt{2}\operatorname{sen} x\cos x-\operatorname{sen} x\le 0$

$\frac{\pi}{4}+2k\pi\le x\le\pi+2k\pi;\ -\frac{\pi}{4}+2k\pi\le x\le 2k\pi$

52. $(2\operatorname{sen}^2 x-\sqrt{2}\operatorname{sen} x)(1-3\operatorname{tg}^2 x)\ge 0$

$\frac{\pi}{6}+2k\pi\le x\le\frac{\pi}{4}+2k\pi;\ \frac{3}{4}\pi+2k\pi\le x\le\frac{5}{6}\pi+2k\pi;$
$\pi+2k\pi\le x\le\frac{7}{6}\pi+2k\pi;\ \frac{11}{6}\pi+2k\pi\le x\le 2\pi+2k\pi$

53. $\dfrac{2\operatorname{sen}^2 x+1}{\cos 2x}<0$

$\frac{\pi}{4}+k\pi<x<\frac{3}{4}\pi+k\pi$

54. $\dfrac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x+1}>1$

impossibile

55. $1-\dfrac{1}{\operatorname{tg} x}>0$

$\frac{\pi}{4}+k\pi<x<\frac{\pi}{2}+k\pi;\ \frac{\pi}{2}+k\pi<x<\pi+k\pi$

TRIGONOMETRIA

Triangoli rettangoli

53. Determinare la misura del perimetro e l'area di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto misura 24 cm e il seno dell'angolo ad esso opposto è $\frac{12}{13}$ [60 cm e 120 cm^2]

54. Il triangolo isoscele ABC ha la base AB di 70 cm e il seno dell'angolo alla base pari a $\frac{12}{13}$; determinare il perimetro del triangolo e la lunghezza dell'altezza CH relativa alla base. [252 cm e 84 cm]

55. Determinare il perimetro di un triangolo isoscele ABC di cui si conosce l'altezza AH, di 21 cm, relativa alla base BC e il cui angolo al vertice è di 120°. [$42\left(2+\sqrt{3}\right)$ cm]

56. Nel triangolo ABC, rettangolo in A, il cateto AB è di 24 cm e il seno dell'angolo ad esso opposto è $\frac{4}{5}$; determinare il perimetro del triangolo. [72 cm]

ESPONENZIALI

Equazioni esponenziali

1. $3^{x^2+x}=1;\quad 2^{2-8x}=4^{3x+1};\quad 2^{x^3}=256.$ $\quad[0 \text{ e } -1;\ 0;\ 2]$

2. $\sqrt{2\sqrt{2}}=4^{1-x};\quad \dfrac{1}{4\sqrt{2}}=\sqrt{8^x};\quad \left(\dfrac{1}{n}\right)^{2x+1}=1.$ $\quad\left[\dfrac{5}{8};\ -\dfrac{5}{3};\ -\dfrac{1}{2}\right]$

3. $\sqrt{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+1}=1;\quad \sqrt[3]{5^x}=25;\quad 4^{4x}=2^{\frac{2}{x}}.$ $\quad\left[-\dfrac{1}{2};\ 6\ ;\ \pm\dfrac{1}{2}\right]$

4. $\dfrac{3^{1-x}\cdot 9^{2+x}}{27^x}=\dfrac{1}{3};\quad \left(\dfrac{2}{3}\right)^{x+1}=\left(\dfrac{27}{8}\right)^{1-2x};\quad \sqrt{2\sqrt{4^x}}=4.$ $\quad\left[3;\ \dfrac{4}{5};\ 3\right]$

5. $\sqrt[1+x]{2^{3x}}=\sqrt[x]{2^{x+2}}\cdot\sqrt[2x]{2^{x-2}};\quad \dfrac{\left(3^{x+1}\right)^{2x-1}\cdot 27^{1-x}}{9^{2-x}}=1.$ $\quad[2;\ \pm 1]$

6. $3^{x+2}+3^{x+1}+3^x=351$. (Si noti che $3^{x+2}=3^x\cdot 3^2$...); $\quad 4^{x-1}+4^x+4^{x+1}=\dfrac{21}{8}.$ $\quad\left[3;\ -\dfrac{1}{2}\right]$

7. $3^{2x}-3^x-6=0$. (Porre $3^x=y\ldots$). $\quad[1]$

8. $4^x-6\cdot 2^x+8=0$. (Si noti che $4^x=(2^2)^x=(2^x)^2\ldots$); $\quad 9^x+6\cdot 3^x-27=0.$ $\quad[1 \text{ e } 2;\ 1]$

9. $12\left(\dfrac{4}{9}\right)^x-35\left(\dfrac{2}{3}\right)^x+18=0;\quad 16\left(\dfrac{1}{4}\right)^x-10\left(\dfrac{1}{2}\right)^x+1=0.$ $\quad[-2 \text{ e } 1;\ 1 \text{ e } 3]$

10. $\dfrac{3^{2-x}-3^{1-x}}{9^{x+1}-3^{2x+1}}=27^{1+3x}$. (Porre $3^x=y\ldots$). $\quad\left[-\dfrac{1}{4}\right]$