

	 <p style="text-align: center;"><b>ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA “DANIELE CRESPI”</b>  <i>Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R</i>  <i>Liceo delle Scienze Umane VAPM027011</i>  Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)  <a href="http://www.liceocrespi.it">www.liceocrespi.it</a> - Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: <a href="mailto:lccrespi@tin.it">lccrespi@tin.it</a>  C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D</p>	 <p style="text-align: center;"><b>CertINT® 2011</b></p>
---	--	---

**Anno Scolastico 2012-2013 Classe 2 BC– prof. MAGLI Pierluigi**

### Compiti per le vacanze di MATEMATICA

#### ALUNNI SENZA RECUPERO / CONSOLIDAMENTO

- Rivedere gli argomenti teorici sul libro di testo e dagli appunti.
- svolgere gli esercizi secondo la seguente indicazione:
  - **6 o 7**: almeno metà degli esercizi per ogni argomento
  - **8, 9 o 10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Lettura consigliata: MALBA TAHAN “L’uomo che sapeva contare”, 2001, Salani.
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2012-13

#### ALUNNI CON RECUPERO O CONSOLIDAMENTO

Per ogni argomento:

- rivedere la teoria sul testo e sugli appunti.
- eseguire nell’ordine tutti gli esercizi sotto elencati e, **se necessario, altri esercizi simili tratti dal libro di testo;**

Si raccomanda l’ordine nello svolgimento del lavoro.

Il lavoro estivo deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo.

Letture consigliate: MALBA TAHAN “L’uomo che sapeva contare”, 2001, Salani.

**Il lavoro sotto indicato, ordinato per argomenti, deve essere consegnato a fine agosto secondo il calendario stabilito dal DS (vedi la comunicazione sul sito della scuola).**

# ALGEBRA

## Equazioni fratte

Risolvi dopo aver individuato le condizioni di esistenza:

<p><b>326</b> <math>\frac{4x}{x+1} + \frac{1-4x}{x} = 0</math></p> <p><b>327</b> <math>\frac{2}{x-8} + \frac{1}{x} = \frac{3}{2(x-8)}</math></p> <p><b>328</b> <math>\frac{1}{x-3} + \frac{1}{2x-5} + \frac{2}{5(3-x)} = 0</math></p> <p><b>329</b> <math>\frac{4x}{6x-1} - \frac{x+2}{3x+1} = \frac{1}{3}</math></p> <p><b>330</b> <math>\frac{5}{x+2} + \frac{2}{x-2} - 1 = \frac{1}{2-x} - \frac{x^2}{x^2-4}</math></p> <p><b>331</b> <math>\frac{a}{2a+10} - \frac{5}{3a+15} = \frac{a-1}{12(a+5)}</math></p>	<p><b>342</b> <math>2x+1 = \frac{x(4x-1)}{2x-1}</math> [1]</p> <p><b>343</b> <math>\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{x^2-1}</math> ✓ [2]</p> <p><b>344</b> <math>\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{-2-x} = \frac{24}{x^2-4}</math> [3]</p> <p><b>345</b> <math>\frac{x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2+4x+4} = 0</math> [∅]</p> <p><b>346</b> <math>\frac{2}{2x+1} - \frac{1}{2x-1} = \frac{2x}{4x^2-1}</math> [∅]</p> <p><b>347</b> <math>\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+3} = \frac{x-5}{x^2+x-6}</math> [-1]</p>
---	---

<p><b>348</b> <math>\frac{1}{x-3} - \frac{2}{x-1} = \frac{3-x}{x^2-4x+3}</math> [∅]</p> <p><b>349</b> <math>\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{2x+4}{x^2-4} = \frac{4}{x}</math> [-4]</p> <p><b>350</b> <math>\frac{1+x}{x+2} - 2 + \frac{x+1}{x} = \frac{2}{x^2+2x}</math> [ℝ - {0; -2}]</p> <p><b>351</b> <math>\frac{2}{x} - \frac{6}{x^2+2x+1} - \frac{2}{1+x} = 0</math> [<math>\frac{1}{2}</math>]</p> <p><b>352</b> <math>\frac{3}{x+1} = \frac{2x}{x^2-1} + \frac{1}{1-x}</math> <math>\notin \mathbb{R}</math> [x = 1, non accettabile]</p> <p><b>353</b> <math>\frac{x+3}{x-2} - \frac{x+4}{x+2} = \frac{2(x+7)}{x^2-4}</math> [0]</p> <p><b>354</b> <math>\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{3x+1}{x^2-1}</math> [x = -1, non accettabile]</p> <p><b>355</b> <math>\frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x} = \frac{2x^2-1}{x^2-x}</math> [x = 1, non accettabile]</p>
--

## Disequazioni di primo grado

<p><b>681</b> <math>\frac{x+3}{2} - 2 \cdot \frac{x-2}{3} + \frac{x}{6} \geq 3 \cdot \frac{(x+2)}{6} - \frac{x}{2} + x</math></p> <p><b>682</b> <math>\frac{x^2-2}{5} + \frac{(x-3)(x+3)}{3} + \frac{x}{5} &lt; \frac{8(x^2-4)}{15} + \frac{2x-1}{3}</math></p> <p><b>683</b> <math>3 \cdot \frac{(x+2)}{7} + \frac{3[(x-1)(x+1)]}{2} &lt; \frac{21x^2+14x+7}{14} - x</math></p> <p><b>684</b> <math>\frac{2(3x-1)}{3} - \frac{3(x+2)}{2} &gt; \frac{x+1}{6} + \frac{1}{12} \left( x - \frac{6}{2} \right)</math></p> <p><b>685</b> <math>\frac{2y}{1-\frac{7}{3}} + \frac{4(y+1)}{\frac{2}{3} + \frac{12}{6}} &lt; y + \frac{2y-1}{1-\frac{1}{2}}</math></p> <p><b>686</b> <math>x + \frac{3x-2}{3} - \frac{x+3}{2} \geq \frac{2x+1}{2} - 3x+1</math></p>	<p><math>x \leq \frac{11}{6}</math></p> <p><math>x &gt; \frac{7}{10}</math></p> <p><math>x \geq \frac{7}{10}</math></p>
--	---

## Sistemi di disequazioni di primo grado

$$708 \begin{cases} 2x + 7 > 0 \\ 3x + 6 < 0 \end{cases} \quad -\frac{7}{2} < x < -2$$

$$709 \begin{cases} 3x + 1 \geq 4 \\ x - 5 < 6 \end{cases} \quad 1 \leq x < 11$$

$$710 \begin{cases} 2x + 4 > x + 3 \\ 3x + 1 \geq 2(x - 1) + 2 \end{cases} \quad x > -1$$

$$711 \begin{cases} \frac{1}{2}(x + 6) - 4x(3 - 4x) < (4x + 1)^2 - x \\ 2(x + 3) - 3(x - 1) \geq 3(1 - x) + 2 \end{cases} \quad x > \frac{4}{37}$$

$$712 \begin{cases} x^2 + \frac{x-2}{6} - \frac{4(x+1)}{3} \leq (2-x)^2 \\ (x+1)(3-x) + \frac{1}{2}x > 1 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \end{cases} \quad -\frac{9}{14} < x \leq 2$$

$$117 \begin{cases} x \geq 0 \\ x - 2 \leq 3 \\ x - 2 < 2x \end{cases} \quad [0 \leq x \leq 5]$$

$$118 \begin{cases} x \geq 2 \\ x - 1 < 0 \\ \frac{x}{3} - 1 > x + \frac{1}{2} \end{cases} \quad [\emptyset]$$

$$119 \begin{cases} 2x - 1 \leq 4 - x \\ x + 2 > 0 \\ 3x - 1 < -x + 2 \end{cases} \quad \left[-2 < x < \frac{3}{4}\right]$$

$$120 \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}x - 4\right) \geq \frac{6}{5}(x - 3)x \\ 2\left(3x - \frac{1}{4}\right) < x \\ 2(x - 1) \geq 2(x + 1) \end{cases} \quad [\emptyset]$$

## Sistemi di equazioni di primo grado

Risolvi i seguenti sistemi di 1° grado dopo averli ridotti in forma normale scegliendo il metodo che ritieni più opportuno (alterna i diversi metodi):

$$50 \begin{cases} x = 3y - 2 \\ 3y - 2x - 6(x - 1) = 1 \end{cases} \quad [(1; 1)]$$

$$51 \begin{cases} 6(x - y) = 2x \\ 3(2 + x) - \frac{3}{2}y = 0 \end{cases} \quad [(-3; -2)]$$

$$52 \begin{cases} 6x - 2y = 5 \\ 8x = 6y - 5 \end{cases} \quad \left[\left(2; \frac{7}{2}\right)\right]$$

$$53 \begin{cases} 3x - \frac{1}{2}y = 3 \\ 6x - y = 1 \end{cases} \quad [\text{imposs.}]$$

$$54 \begin{cases} 4(y - 1) + x = 3y \\ x + y = 4 \end{cases} \quad [\text{indet.}]$$

$$56 \begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{6} \\ 2x + y = 1 \end{cases} \quad [(1; -1)]$$

$$57 \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = -2 \end{cases} \quad [(16; -12)]$$

$$58 \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{5}{6} \\ \frac{5}{4} - y = \frac{3}{2}x \end{cases} \quad \left[\left(\frac{15}{12}; -\frac{5}{8}\right)\right]$$

$$59 \begin{cases} \frac{1}{3}x = \frac{1}{2}(y - 3) \\ x - y = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} \end{cases} \quad \left[\left(2; \frac{13}{3}\right)\right]$$

## Sistemi di tre equazioni

$$219. \begin{cases} x - \frac{y}{6} + \frac{z}{2} = 8 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 7 \end{cases} \quad [3; 6; 12]$$

$$220. \begin{cases} 2y - x = z + 1 \\ 4z - x = 2y - 4z \\ 2y - 3z = 5y - 3x \end{cases} \quad [10; 7; 3]$$

$$230. \begin{cases} 3x + 2y + 4z = 2 \\ \frac{x-2y}{2} + \frac{x+z}{3} + 1 = 0 \\ \frac{x+y+z}{2} + \frac{1}{2} = y \end{cases} \quad [0; 1; 0]$$

$$231. \begin{cases} (x-y)(x-1) + z = x(x-y) - 6 \\ \frac{x+z}{3} - y = 4 \\ (z+1)^2 - z(z+2) + y + x = 1 \end{cases} \quad [3; -3; 0]$$

## Altri sistemi di equazioni

$$\begin{array}{l}
 64. \quad \begin{cases} (x+2)(5-y) + 2 = x(1-y) \\ 2(x-3y) - 3(x+y) + 16 = 0 \end{cases} \quad [-2; 2] \\
 65. \quad \begin{cases} \frac{x+2y-3}{2} - \frac{2x-y+1}{3} = 1 \\ (x+3)^2 - x(x+1) - 2(y+5) = 1 \end{cases} \quad \left[ \frac{25}{19}; \frac{87}{38} \right] \\
 66. \quad \begin{cases} (3x-1)^2 + 4x + 5 = (3x-1)(3x+1) + y \\ \frac{y-x+1}{2} = \frac{x+y}{5} \end{cases} \quad [2; 3] \\
 67. \quad \begin{cases} (x-2)(x+2) - (x+1)^2 - y = -3 \\ \frac{2x-y}{3} - \frac{x+2y}{2} = \frac{8}{3} \end{cases} \quad [0; -2]
 \end{array}$$

## Problemi risolubili con sistemi di equazioni

**261** Trovare due numeri sapendo che il loro rapporto è  $\frac{7}{3}$  e che la loro somma è 80. [56; 24]

**262** Il rapporto tra due numeri è  $\frac{5}{3}$  e la loro somma è 24. Trovare i due numeri. [15; 9]

**263** Il rapporto tra la somma di due numeri e la loro differenza è  $\frac{11}{5}$ ; mentre la somma tra  $\frac{1}{4}$  del maggiore e  $\frac{1}{3}$  del minore è 12. Trovare i due numeri. [12; 32]

**265** Se ai  $\frac{3}{5}$  di un numero si aggiungono i  $\frac{2}{7}$  di un altro si ottiene 30. Inoltre la metà del primo numero diviso per  $\frac{1}{6}$  del secondo dà per quoziente 2 e resto 1. Trovare i due numeri. [30; 42]

**266** La somma di due numeri è 48. Trovare i numeri sapendo che la somma del quadruplo del primo con 5 supera di 57 il triplo del secondo. [20; 28]

**267** La somma di un numero con il triplo di un altro numero è 8. Sapendo che il doppio del primo con il sestuplo del secondo danno per somma 10, determinare i due numeri. [imposs.]

**268** La differenza tra due numeri è 24. Se si aumenta di 8 ogni numero, i due nuovi numeri sono uno il triplo dell'altro. Quali sono i numeri? [28; 4]

**251** Al tavolo di un bar hanno consumato due caffè e quattro bibite spendendo 11 euro. Al tavolo a fianco, per tre caffè e due bibite hanno speso 8,5 euro. Quanto costa un caffè? [1,5 euro]

**252** Un cinema ha 400 posti. Il prezzo di un biglietto in platea è di 12 euro, mentre in galleria è 15 euro. Quando il cinema è completo l'incasso è di 5340 euro. Quanti sono i posti in platea e quanti in galleria? [220; 180]

**254** Durante una vendita promozionale mi vengono fatte due offerte: se compro 5 paia di pantaloni e 2 giacche spendo 821 euro mentre se compro 3 completi giacca e pantalone spendo 826,50 euro. Quanto costa ogni giacca e ogni pantalone? [pantalone 90 euro e giacca 185,50 euro]

**253** Ho in tasca 13 banconote, da 20 euro e da 50 euro. In totale ho 470 euro. Quante sono le banconote da 50? [7]

**255** La somma di 2000 euro è formata da banconote da 50 e da 100. Quante sono le banconote dei due tipi se in tutto sono 30? [20; 10]

**256** **Andrea e Barbara al bar**

Andrea: «Quattro sandwiches e cinque birre. Quanto viene?»

Il cassiere: «24,50 euro.»

Barbara: «Tre sandwiches e sette birre.»

Il cassiere: «20 euro.»

Barbara: «Mi scusi, ma deve esserci un errore!»

## Problemi algebrico-geometrici

14. In un triangolo rettangolo la metà dell'ampiezza di un angolo acuto supera di  $30^\circ$  l'altro angolo acuto. Determinare i due angoli acuti.

[ $80^\circ$ ;  $10^\circ$ ]

19. In un trapezio due angoli opposti sono uno il doppio dell'altro. Sapendo che la somma di  $1/8$  del minore con  $1/2$  del maggiore è un angolo retto, determinare i quattro angoli del trapezio.

[ $20^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $100^\circ$ ,  $160^\circ$ ]

24. Due angoli consecutivi di un parallelogrammo differiscono di  $126^\circ$ . Trovare gli angoli del parallelogrammo.

[ $153^\circ$ ,  $27^\circ$ ]

27. L'altezza di un rettangolo è  $3/4$  della base. Sapendo che la misura del perimetro del rettangolo è 84, determinare le dimensioni.

[18; 24]

36. Il rapporto tra i cateti di un triangolo rettangolo è  $3/4$  e la loro somma misura 28. Calcolare perimetro e area del triangolo.

[48; 96]

48. In un trapezio isoscele la misura del perimetro è 180, quella del lato obliquo è 29 e la differenza delle basi è 42. Calcolare l'area.

[1220]

## RADICALI

Eseguire i calcoli usando i teoremi sui radicali.

293  $\sqrt[6]{8} - 5\sqrt[10]{32} + 13\sqrt[4]{4} + 8\sqrt[8]{16}$  [13 + 4 $\sqrt{2}$ ]

294  $[(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{6} - 1)]^2 + 3(\sqrt{6} + 1)$  [8 +  $\sqrt{6}$ ]

295  $(4\sqrt{8} - 2\sqrt{72} + 5\sqrt{18})\sqrt{2}$  [22]

296  $\sqrt[3]{2}(3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{32})$  [10]

297  $\frac{\sqrt[3]{11} \cdot \sqrt[4]{11^3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt[3]{5^2}}$  [ $\frac{\sqrt[12]{11^7}}{\sqrt[6]{5}}$ ]

298  $(2\sqrt[3]{3} + 1)(4\sqrt[3]{9} + 1 - 2\sqrt[3]{3})$  [25]

299  $(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{6})(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{36})$  [-4]

300  $\left(\sqrt{2\sqrt[3]{8}} : \sqrt[4]{16\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt[8]{2}}\right)^2 - \frac{2}{\sqrt[4]{2}}$  [ $\sqrt[4]{2^3}$ ]

301 VERO O FALSO?

a)  $\sqrt{3}\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{12}$   V  F

b) Per moltiplicare due radicali di indice diverso prima li si porta allo stesso indice.  V  F

c)  $\sqrt[3]{4}\sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{4^4 5^3}$   V  F

Eseguire le operazioni.

302  $\sqrt{4ab} \cdot \sqrt[5]{a^3b^3} \cdot \sqrt[4]{16a^2b^2}$  [ $8\sqrt[5]{a^8b^8}$ ]

303  $\sqrt[8]{x^2y^3} \cdot \sqrt{5x^2y} \cdot \sqrt{8x^3y}$  [ $2\sqrt{10}\sqrt[8]{x^{22}y^{11}}$ ]

304  $\sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{a}} \cdot \sqrt{a}$  [ $a\sqrt[3]{ab}$ ]

305  $\sqrt{4x^2} \cdot \sqrt[6]{8x^2y^2} \cdot \sqrt[5]{2xy^3}$  [ $2x\sqrt[30]{2^{21}x^{16}y^{28}}$ ]

306  $2\sqrt{9x} - 3\sqrt{16x} + 5\sqrt[4]{81x^2} + \sqrt[6]{64x^3}$  [ $11\sqrt{x}$ ]

Riscrivi sotto forma di radicale e, se possibile, semplifica.

$$61 \quad 8^{-\frac{1}{3}} \quad 4^{-\frac{3}{2}} \quad \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} \quad \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{8}; 3\right]$$

$$62 \quad 9^{-\frac{1}{2}} \quad 64^{-\frac{2}{3}} \quad \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \left[\frac{1}{3}; \frac{1}{16}; \frac{1}{8}\right]$$

$$63 \quad 27^{-\frac{2}{3}} \quad \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad 81^{\frac{3}{4}} \quad \left[\frac{1}{9}; 125; 27\right]$$

Semplifica le seguenti espressioni.

$$66 \quad \sqrt{10} + \sqrt{40} \quad [3\sqrt{10}]$$

$$67 \quad -\sqrt{75} + \frac{1}{2}\sqrt{3} \quad \left[-\frac{9}{2}\sqrt{3}\right]$$

$$68 \quad \sqrt{18} + \sqrt{8} + \sqrt{2} + \sqrt{9} \quad [3 + 6\sqrt{2}]$$

$$69 \quad \sqrt{45} + \sqrt{50} + \sqrt{20} + \sqrt[4]{25} \quad [6\sqrt{5} + 5\sqrt{2}]$$

$$70 \quad (2\sqrt{3} - 1)^2 + (2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1) + \sqrt{12} \quad [24 - 2\sqrt{3}]$$

$$71 \quad \frac{60}{\sqrt{20} + \sqrt{500}} - \sqrt{45} \quad [-2\sqrt{5}]$$

$$72 \quad (\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 - \sqrt{8} + 5\sqrt{50} - 9 \quad [17\sqrt{2}]$$

$$74 \quad \sqrt{3} - 1 + \frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \frac{2}{-\sqrt{3} - 1} \quad [\sqrt{3} - 3]$$

Razionalizza le seguenti espressioni.

$$156 \quad \frac{1}{\sqrt{2}-1} \qquad \frac{4}{5-\sqrt{3}}$$

$$157 \quad \frac{3}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \qquad \frac{2}{2-\sqrt{6}}$$

$$158 \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} \qquad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$159 \quad \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+3} \qquad \frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$$

Calcolare le espressioni scrivendole nella forma più semplice.

$$169 \quad \frac{1+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - 6\sqrt{3} - \frac{1-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \quad [0]$$

$$170 \quad (\sqrt{3}-1)\left(1+\frac{3}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad \left[\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right]$$

$$171 \quad \left(2\sqrt{21}-3\sqrt{\frac{7}{3}}-\sqrt{8}\right) \cdot \left(\sqrt{21}+4\sqrt{\frac{1}{2}}\right) \quad [13]$$

### 163 I dialoghi di Andrea e Barbara

Andrea: «Nel compito in classe c'era da razionalizzare il denominatore della frazione  $\frac{\sqrt{3}-5}{\sqrt{3}+1}$

Temo di aver sbagliato perché ho moltiplicato numeratore e denominatore per  $\sqrt{3}$ ».

Barbara: «Certo che hai sbagliato! Dovevi moltiplicare per  $(\sqrt{3}+1)$ !»

Andrea: «Figurati! Ne sai meno di me!» Perché sbagliano Andrea e Barbara?

## GEOMETRIA

### Rette perpendicolari e parallele

**4** Sia  $ABC$  un triangolo rettangolo, di ipotenusa  $BC$ . Conduci la bisettrice  $CP$  e indica con  $H$  la proiezione di  $P$  su  $BC$ . Dimostra che il triangolo  $ACH$  è isoscele sulla base  $AH$ .

**6** Siano  $a$  e  $b$  due rette parallele. Considera un punto  $A \in a$ , un punto  $B \in b$  e conduci per un punto  $P$  del segmento  $AB$  una retta che interseca  $a$  in  $C$  e  $b$  in  $D$ . Dimostra che i triangoli  $APC$  e  $BPD$  hanno gli angoli congruenti.

**7** Sia  $ABC$  un triangolo. Sulla parallela alla retta  $BC$  passante per  $A$  considera un punto  $D$ , appartenente allo stesso semipiano avente come origine la retta  $AB$  a cui appartiene il triangolo, tale che  $AD \cong BC$ . Dimostra che i due triangoli  $ABC$  e  $ADC$  sono congruenti.

**8** Due triangoli  $ABC$  e  $ABD$  appartengono a semipiani opposti aventi come origine  $AB$  e sono tali che  $AC \cong BD$  e  $BC \cong AD$ . Dimostra che  $AC \parallel BD$ .

**9** Sia  $ABC$  un triangolo isoscele sulla base  $AB$ . Conduci una parallela ad  $AB$  che interseca  $AC$  in  $D$  e  $BC$  in  $E$ . Considera su  $AB$  il punto  $F$  tale che  $AF \cong DE$  e dimostra che  $AD \parallel EF$ . Conduci poi da  $B$  la parallela a  $EF$  che incontra in  $G$  il prolungamento di  $DE$  e dimostra che  $AD \cong EB \cong EF \cong BG$ .

## Parallelogrammi

**7** Sulla diagonale  $AC$  di un parallelogramma  $ABCD$ , considera due punti  $P$  e  $Q$  tali che  $AP \cong QC$ . Dimostra che  $PBQD$  è un parallelogramma.

**8** Dato un segmento  $PQ$ , di punto medio  $M$ , traccia due rette  $p$  e  $q$ , passanti rispettivamente per  $P$  e  $Q$ , parallele fra loro. Una retta  $r$ , passante per  $M$ , interseca  $p$  in  $R$  e  $q$  in  $S$ . Dimostra che  $PSQR$  è un parallelogramma.

**9** Sia  $ABCD$  un parallelogramma e siano  $M, N, P$  e  $Q$  i punti medi di  $AB, BC, CD$  e  $AD$ . Dimostra, nell'ordine, che:

- $AMQ$  e  $CNP$  sono congruenti
- $PDQ$  e  $MBN$  sono congruenti
- $QM \parallel PN$

**10** Considera un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $AB$ . Traccia la bisettrice dell'angolo esterno di vertice  $C$  del triangolo e indica con  $D$  il punto d'intersezione della retta cui appartiene tale bisettrice con la retta passante per  $B$  e per il punto medio di  $AC$ . Dimostra, nell'ordine, che:

- la bisettrice è parallela al lato  $AB$ ;
- il quadrilatero  $ABCD$  è un parallelogramma.

## PIANO CARTESIANO E RETTA

### Punto medio e distanza tra due punti

Sul piano cartesiano sono dati i punti  $A(-1;-2)$ ,  $B(3;0)$  e  $C(-2;5)$ . Verifica che il triangolo  $ABC$  è isoscele e determina il suo perimetro. Conduci dal vertice  $C$  la mediana  $CH$  relativa al lato  $AB$  e determina la sua lunghezza. Ricordando che, essendo il triangolo isoscele, tale mediana è anche altezza, determina l'area del triangolo.

Sul piano cartesiano sono dati i punti  $A(-2;-1)$ ,  $B(1;2)$  e  $C(-4;7)$ . Calcola le lunghezze dei lati e verifica che tale triangolo è rettangolo. Calcola perimetro e area.

E' dato il triangolo di vertici  $A(-1;3)$ ,  $B(2;0)$  e  $C(3;4)$ . Stabilisci se il triangolo è isoscele. Calcola perimetro e area.

E' dato il triangolo di vertici  $A(-3;0)$ ,  $B(5;-2)$ ,  $C(3;2)$ . Stabilisci se il triangolo è isoscele. Calcola perimetro e area.

Considera il triangolo  $OBC$  di vertici  $O(0;0)$ ,  $B(-1;3)$ ,  $C(-3;1)$  e il triangolo  $DEF$  di vertici  $D(1;1)$ ,  $E(5;1)$ ,  $F(5;3)$ . Verifica che i due triangolo hanno la stessa area. Hanno anche lo stesso perimetro?

Sul piano cartesiano sono dati i punti  $A(-1;2)$ ,  $B(7;-2)$  e  $C(9;2)$ . Determina le coordinate del punto  $D$  in modo che  $ABCD$  sia un parallelogrammo. Verifica che si tratta di un rettangolo (basta mostrare che le diagonali sono uguali, oppure che il triangolo  $ABC$  soddisfa il teorema di Pitagora) e determina il suo perimetro e la sua area.

### Retta nel piano cartesiano

Per ciascuna delle seguenti rette determina l'equazione in forma esplicita e traccia il grafico

a.  $2x - y - 1 = 0$

$$[y = 2x - 1]$$

b.  $2x + y + 5 = 0$

$$[y = -2x - 5]$$

c.  $2x + 3 = 0$

[Retta parallela all'asse  $y$ : non si può porre in forma esplicita]

d.  $3x - 6y + 2 = 0$

$$\left[ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} \right]$$

e.  $y + 4 = 0$

$$[y = -4]$$

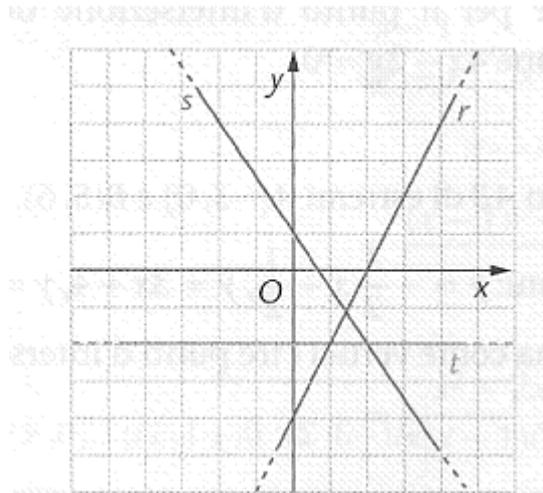
f.  $4x + 2y + 3 = 0$

$$\left[ y = -2x - \frac{3}{2} \right]$$

Rappresenta le rette di equazione  $2x + y - 3 = 0$  e  $x - 2y + 4 = 0$  e determina per via algebrica il loro punto di intersezione. Verifica l'attendibilità del risultato.

Rappresenta le rette di equazione  $3x + 2y - 6 = 0$  e  $2x - y + 6 = 0$  e determina per via algebrica il loro punto di intersezione. Verifica l'attendibilità del risultato.

Scrivi le equazioni delle rette rappresentate nella figura a fianco e determina per via algebrica i loro punti di intersezione



Scrivi l'equazione della retta passante per i due punti A e B.

28  $A(0, 2); B(-1, -1)$

$[y = 3x + 2]$

29  $A(-1, 0); B(0, 3)$

$[y = 3x + 3]$

30  $A(-1, -1); B(3, 4)$

$\left[ y = \frac{5}{4}x + \frac{1}{4} \right]$

31  $A(-4, 3); B(2, 5)$

$\left[ y = \frac{1}{3}x + \frac{13}{3} \right]$

Traccia i grafici delle rette di equazione  $x + 2y - 1 = 0$ ,  $y = 3x + 4$ ,  $2x - 3y + 12 = 0$ . Determina i loro punti di intersezione. Determina inoltre il perimetro e l'area del triangolo che ha come vertici tali punti.

$\left[ A(-3, 2); B(-1, 1); C(0, 4); \text{perimetro} = \sqrt{5} + \sqrt{10} + \sqrt{13}; \text{area} = \frac{7}{2} \right]$

Busto Arsizio, 6 giugno 2012

L'insegnante